

文章编号 1004-924X(2023)12-1841-18

平稳小波域多尺度乘积下的指数 Renyi 熵自动阈值选择方法

邹耀斌^{1,2,3*}, 孟祥丹², 孙水发^{1,3}, 陈 鹏^{1,2,3}

(1. 湖北省水电工程智能视觉监测重点实验室(三峡大学), 湖北 宜昌 443002;

2. 三峡大学 大数据研究中心, 湖北 宜昌 443002;

3. 三峡大学 计算机与信息学院, 湖北 宜昌 443002)

摘要:受目标和背景的大小比例、噪声或者随机细节等因素影响,灰度图像的灰度直方图可能呈现出无峰、单峰、双峰或者多峰模式。为了在统一框架内处理这4种不同直方图模式下的自动阈值选择问题,提出了一种平稳小波域多尺度乘积下的指数 Renyi 熵自动阈值选择方法。该方法首先利用平稳小波对原始图像进行水平、垂直和对角方向的多尺度变换,再对各个方向的高频子带进行多尺度乘积运算构造出融合图像;然后通过内外轮廓图像对融合图像进行采样重构一维直方图;最后计算重构直方图所对应的指数 Renyi 熵,并取最大值对应的阈值作为最终分割阈值。提出的方法与4种自动阈值分割方法、2种聚类分割方法以及2种活动轮廓分割方法进行了比较。在16幅合成图像和50幅真实世界图像上的实验结果表明:在合成图像集中,相比于分割精度第2的方法,平均马修斯相关系数提高了41.2%;在真实世界图像集中,相比于分割精度第二的方法,平均马修斯相关系数提高了20.8%。提出的方法具有更稳健的分割适应性,且在分割精度方面明显优于其他8个分割方法。

关键词: 阈值分割;指数 Renyi 熵;平稳小波域;多尺度乘积

中图分类号: TP391 文献标识码: A doi:10.37188/OPE.20233112.1841

Automatic threshold selection method using exponential Renyi entropy under multi-scale product in stationary wavelet domain

ZOU Yaobin^{1,2,3*}, MENG Xiangdan², SUN Shuifa^{1,3}, CHEN Peng^{1,2,3}

(1. Hubei Key Laboratory of Intelligent Vision Based Monitoring for Hydroelectric Engineering
(China Three Gorges University), Yichang 443002, China;

2. Center for Big Data, China Three Gorges University, Yichang 443002, China;

3. College of Computer and Information Technology, China Three Gorges University,
Yichang 443002, China)

* Corresponding author, E-mail: zyb@ctgu.edu.cn

Abstract: When a gray-level image is affected by different factors, such as the size ratio of the target to the background, noise, or random details, its gray-level histogram exhibits peakless, unimodal, bimodal, or multimodal patterns. To deal with the issue of automatic threshold selection in these four situations

收稿日期:2022-07-18;修订日期:2022-09-22.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 61871258)

within a unified framework, an automatic threshold selection method using the exponential Rényi entropy under the multi-scale product in the stationary wavelet domain is proposed. First, stationary wavelet multi-scale transformation is applied to the original gray-level image in the horizontal, vertical, and diagonal directions, and a fused image is constructed via the multi-scale multiplication of high-frequency sub-bands in each direction. Then, the fused image is sampled by the inner and outer contour image to construct a one-dimensional gray-level histogram. Finally, the exponential Rényi entropy corresponding to the constructed histogram is calculated, and the threshold corresponding to the maximum exponential Rényi entropy is taken as the final threshold. The proposed method was compared with four automatic threshold segmentation methods, two clustering segmentation methods, and two active contour segmentation methods. The experimental results for 16 synthetic images and 50 real-world images indicated that with regard to the segmentation accuracy, the proposed method outperformed the second-best method by 41.2% and 20.8% in terms of the average Matthews correlation coefficient for the synthetic and real-world images, respectively. Although the proposed method has no advantage with regard to computational efficiency, it has more robust segmentation adaptability and a higher segmentation accuracy than the other eight segmentation methods.

Key words: image thresholding; exponential Renyi entropy; stationary wavelet domain; multi-scale product

1 引言

阈值分割是图像分割中最早被研究和使用的—类方法,其具有物理意义明确、易于实现、分割效率高等特点^[1]。阈值分割在诸如工业无损检测^[2]、舰船目标检测^[3]、行人视频监控^[4]、生物细胞分析^[5]等实际应用领域里仍然是最佳的候选方法之一。阈值分割将待分割图像中的每个像素划分为目标或者背景,其划分的基本原则是比较像素灰度值和分割阈值的大小。分割阈值的选择由此成为精确阈值分割的关键步骤,而让所选阈值尽可能地接近最优阈值则是阈值分割的核心目标。

在众多阈值分割方法中,基于熵的阈值分割方法颇具代表性^[6]。罗希平等人从信息论角度分析了熵阈值分割法,认为这类方法所选分割阈值能获得更大的信息量^[7]。Chang 等人不但指出熵阈值分割法与信息论的紧密关系,并对使用不同类型熵所设计的目标函数进行了比较分析^[8]。熵阈值分割法由于得到信息论的相关理论支撑,且相对易于实现而长期受到国内外研究人员的关注^[6]。早期已经提出了许多基于熵概念的分割方法,比如 Pun 提出的最大后验熵上界法^[9],Kapur 等人提出的基于直方图形状的一维熵阈值法^[10],Abutaleb 等人提出的基于局部信息的二维熵阈

值法^[11]。在早期的不少熵阈值方法中,熵计算模型主要采用了 Shannon 熵^[12]。Shannon 熵虽然具有可加性,但它忽略了子系统间的相互作用,这限制了其对概率分布的表达能力。Tsallis 熵^[13]和 Renyi 熵^[14]则考虑了子系统间的相互作用,并且具有伪可加性。Renyi 熵和 Tsallis 熵均是 Shannon 熵的广义形式,并且 Renyi 熵和 Tsallis 熵不仅在形式上存在转换关系,在图像分割中也具有特殊的等价关系^[15]。

在基于 Renyi 熵的图像分割方法中,Sahoo 等人先后提出一维 Renyi 熵方法^[14]和二维 Renyi 熵方法^[16]。与一维 Renyi 熵方法相比,二维 Renyi 熵方法综合了灰度分布的空间特征,但增加了计算复杂度。文献[17]也提出了一种基于二维窗口的组合熵阈值分割方法,该方法将 Renyi 熵和 Tsallis 熵线性组合,并利用遗传算法进行优化求解。该方法对于低照度图像具有较好的分割效果,但因其窗口数量和大小为固定值,方法的分割适应性不够稳健。

新近的一些研究进一步考虑将 Renyi 熵与其它理论或方法相结合。Abdel-Khalek 等人提出了一种基于 Renyi 熵的二维图像分割方法^[18],该方法使用 Renyi 熵来测量图像二维直方图所包含的信息量,并利用遗传算法来最大化 Renyi 熵,以

便从图像中分隔开目标和背景。在最大化 Renyi 熵分割的基础上,刘松涛等人结合模糊隶属度函数与模糊 Renyi 熵理论,提出了基于模糊 Renyi 熵和区域增长的分割方法^[19],但因其目标数量无法自适应确定,难以有效分割出全部目标,且存在像素距离误差较高的不足。Wang 等人提出了基于局部 Renyi 熵的显著性水平集图像分割方法^[20],该方法通过显著性滤波算法提取原始图像的显著图。He 等人构建了一种由灰度和局部熵组成的二维直方图,通过引入局部熵来描述像素之间的空间信息,并采用 Renyi 熵确定阈值^[21]。Lei 等人提出了一种嵌套优化的自适应粒度 Renyi 粗糙熵阈值分割方法^[22],该方法通过最小化 Renyi 粗糙熵来确定图像分割的最优阈值。

受噪声或随机细节,目标和背景的大小比例等多种因素影响,图像的灰度直方图可能呈现出无峰、单峰、双峰或者多峰模式。其次,构成每种直方图模式的基本分布除了高斯分布外,还有极值分布、伽玛分布、瑞利分布、贝塔分布或均匀分布等。当图像的灰度分布由一种或者多种分布组合而成时,从这些图像中自动选择出合理分割阈值将成为一项颇具挑战性的任务。

为了能在统一的方法框架内从上述不同直方图模式的图像中自动选择出合理的分割阈值,本文提出的解决思路是将不同直方图模式转换为一种统一的模式,然后在统一直方图模式的基础上设计稳健的自动阈值选择目标函数。按照该思路提出了一种平稳小波域多尺度乘积下的指数 Renyi 熵自动阈值选择方法(Exponential Renyi Entropy Maximization, EREM)。EREM 方法应用平稳小波对灰度图像进行水平、垂直和对角三个方向的多尺度变换;再在三个方向的多尺度变换图像上分别进行多尺度乘积运算,然后将三个方向的多尺度乘积运算结果图像融合成一幅图像;最后在融合图像上定义指数 Renyi 熵目标函数,并通过最大化该目标函数选取最终分割阈值。

2 平稳小波变换的多尺度乘积效应

平稳小波变换在每次分解过程中不再进行下采样操作,具备良好的平移不变性^[23]。平稳小波变换也是小波变换的一种快速实现,能够提供一组时域和频域带宽均较窄的线性滤波器^[24]。

使用平稳小波变换对灰度图像进行分解时,其具备的非抽样特性使得各分解层上高频子带的尺寸都与原始图像的尺寸保持一致。给定一幅大小为 $M \times N$ 的灰度图像 f ,它在第 j 层的平稳小波变换分解公式为:

$$\begin{cases} L^{j+1}(m, n) = \sum_x \sum_y \phi_x^j \phi_y^j L^j(m+x, n+y) \\ Y_h^{j+1}(m, n) = \sum_x \sum_y \zeta_x^j \phi_y^j L^j(m+x, n+y) \\ Y_v^{j+1}(m, n) = \sum_x \sum_y \phi_x^j \zeta_y^j L^j(m+x, n+y) \\ Y_d^{j+1}(m, n) = \sum_x \sum_y \zeta_x^j \zeta_y^j L^j(m+x, n+y) \end{cases}, \quad (1)$$

其中: $m=1, 2, 3, \dots, M$ 且 $n=1, 2, 3, \dots, N$ 。 ϕ_x^j 和 ϕ_y^j 是低通滤波器, ζ_x^j 和 ζ_y^j 是高通滤波器, (x, y) 是滤波器的大小。 L^j 和 L^{j+1} 分别表示第 j 层和第 $j+1$ 层的低频子带。 Y_h^{j+1} , Y_v^{j+1} 和 Y_d^{j+1} 分别表示第 $j+1$ 层的水平、垂直和对角方向的高频子带。

在平稳小波变换中小波函数的选择与其自身的数学特性密切相关,选取不同的小波函数将产生不同的分解效果。平稳小波变换中常用的小波函数有 Haar 小波、Symlets 小波、Daubechies 小波、Fejer-Korovkin 小波和 Coiflets 小波等,考虑到线性相位利于后续多尺度乘积运算,选用具有对称性且有限支撑的 Haar 小波,其相对优势将通过第 3 节的比较分析去证实。

对于待分割处理的灰度图像 f ,其灰度直方图可能呈现出无峰、单峰、双峰或者多峰模式。从二维灰度图像 f 到一维灰度直方图的转化将导致像素位置信息的丢失,从而难以直接从上述 4 种不同直方图中获得统一的阈值选取线索。如果希望在统一的方法框架内处理不同直方图模式,除了从待分割图像 f 中获取关联像素间的相对位置信息(参考第 5 节的步骤 4),还需要将不同直方图模式转换为某种统一模式。考虑到单峰模式相对于双峰、多峰和无峰模式更为简单,并且是构成双峰、多峰或无峰模式的基础,将不同直方图模式转换为统一的单峰模式就成为优先候选方案。在技术实现上,本文提出利用平稳小波变换相同方向不同尺度下的高频子带进行多尺度乘积变换(Multi-scale Product Transformation, MPT)进行这种统一转换。

为了便于后续的多尺度乘积效应分析,将平

稳小波变换作用在灰度图像 f 上产生的高频子带记为 $Y_{\theta}^j(j \in \{1, 2, 3, \dots, \omega\}, \theta \in \{h, v, d\})$,其中 ω 代表小波分解的层数, h, v 和 d 分别代表水平方向、垂直方向和对角方向。给定 ω 个方向均为 θ 但分解层数不同的高频子带 $Y_{\theta}^j(j \in \{1, 2, 3, \dots, \omega\})$,将式(2)表示的运算称为在方向 θ 上的多尺度乘积变换,所得图像 Z_{θ} 称为MPT图像:

$$Z_{\theta} = \prod_{j=1}^{\omega} Y_{\theta}^j. \quad (2)$$

在小波函数选择具有对称性且有限支撑的Haar小波前提下,相同方向不同分解层次的高频子带图像在边缘信号和噪声(或随机细节)方面有不同的特点:随着分解层次的逐渐增大,噪声(或随机细节)在高频子带图像中的响应灰度值衰减较快,而边缘信号在高频子带图像中的响应灰度值则呈现如下特征:边缘中心位置的响应灰度值相对保持良好,并且随着距离中心位置越来越远,响应值逐渐衰减。

基于相同方向不同分解层次的高频子带图像在边缘信号和噪声(或随机细节)方面的上述不同特点,在MPT图像 Z_{θ} 的灰度值被规范化到 $[0, 255]$ 的前提下,如果逐渐增大 ω 值,那么灰度图像 f 中的噪声或随机细节的MPT响应结果将逐渐向灰度最小值0趋近,而目标和背景之间的边缘信号的MPT响应结果将散布在0~255之间(参考图1中的第2行图像)。结果是MPT图像 Z_{θ} 的灰度直方图呈现出一种特殊的分布模式,即灰度直方图的众数趋向于灰度值0(参考图1中的第3行直方图)。图像灰度直方图的众数趋向于最小灰度值0,而其他灰度值散布在0到255之间,从概率分布的角度而言,这种灰度直方图是一种“单峰右偏灰度直方图”。这里将MPT图像的上述特征表现称为平稳小波变换的多尺度乘积效应。从前述分析可知,MPT技术和多尺度乘积效应主要具有三个作用:(1)适当凸显目标和背景间的差异性;(2)相对抑制目标和背景中

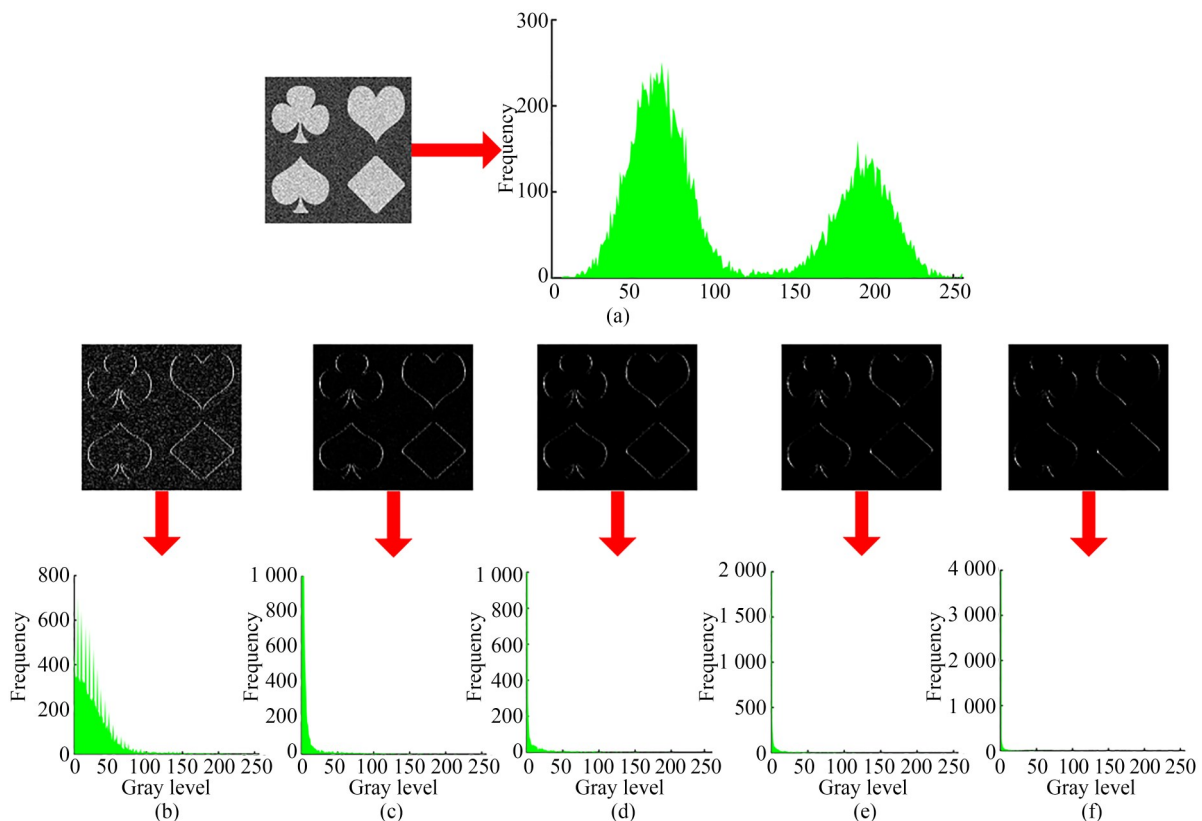


图1 垂直方向的多尺度乘积效应((a)为原始灰度图像及其对应的灰度直方图,(b)~(f)依次为 ω 取值1,2,3,4和5时的MPT图像 Z_v 及其对应的灰度直方图。)

Fig. 1 Multi-scale product effect in the vertical direction ((a) show the original image and its gray level histogram, (b)-(f) show the corresponding MPT image Z_v and its gray level histogram when ω is 1, 2, 3, 4 and 5.)

的噪声或随机细节;(3)将不同图像 f 可能具有的多样化直方图转化为统一的单峰右偏直方图。

在多尺度乘积变换过程中,如果 ω 值较小将导致MPT图像 Z_θ 在保留边缘信息的同时仍含有大量噪声或者随机细节(参考图1中的第2行图像(b)),而 ω 值逐渐变大将使MPT图像 Z_θ 在抑制噪声或者随机细节的同时逐渐弱化边缘(参考图1中的第2行图像(c)~(f)),最极端的情况是MPT图像 Z_θ 的灰度直方图退化为0-1分布。MPT图像 Z_θ 的灰度直方图模式与 ω 值之间的动态关系表明:需要寻找出一个相对恰当的 ω_θ 值,使得MPT图像 Z_θ 既保留必要的边缘信息,同时抑制噪声或随机细节。接下来的第3节将引出指数Renyi熵差的概念,并分析其重要性质,以便将其用于合理 ω_θ 值的自动计算。

3 指数 Renyi 熵差及其最大化导向的 ω_θ 值计算

对任意给定的一个灰度直方图,可用一个灰度 l 将该直方图分为一左一右两个部分(参考图2)。假设左部直方图共有 ψ_- 个灰度级,总的频数为 μ_- ,灰度级的离散概率分布为 $q_i(1 \leq i \leq \psi_-)$ 且 $\sum_{i=1}^{\psi_-} q_i = 1$;假设右部直方图共有 ψ_+ 个灰度级,总的频数为 μ_+ ,灰度级的离散概率分布为 $p_i(1 \leq i \leq \psi_+)$ 且 $\sum_{i=1}^{\psi_+} p_i = 1$ 。

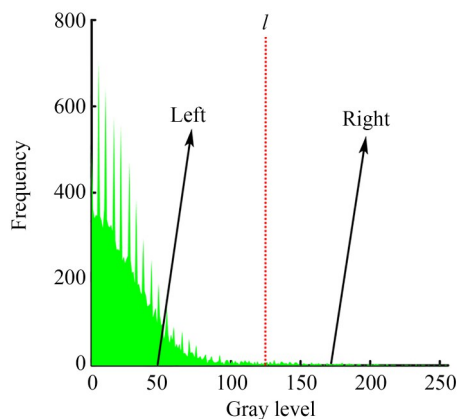


图2 灰度直方图的左右划分示意图

Fig. 2 Schematic diagram of left and right division of gray level histogram

令 S_- 和 S_+ 分别表示左部直方图和右部直方图对应的 α 阶Renyi熵。根据Renyi熵的定义^[14], S_- 和 S_+ 的计算式分别为:

$$S_- = \frac{1}{1-\alpha} \ln \sum_{i=1}^{\psi_-} (q_i)^\alpha, \quad (3)$$

$$S_+ = \frac{1}{1-\alpha} \ln \sum_{i=1}^{\psi_+} (p_i)^\alpha. \quad (4)$$

用 S 表示左部和右部总的Renyi熵,其计算式如式(5)所示:

$$S = \frac{1}{1-\alpha} \ln \sum_{i=1}^{\psi_-+\psi_+} (o_i)^\alpha, \quad (5)$$

其中:

$$o_i = \begin{cases} \frac{\mu_-}{\mu_- + \mu_+} q_i, & (1 \leq i \leq \psi_-) \\ \frac{\mu_+}{\mu_- + \mu_+} p_i, & (\psi_- + 1 \leq i \leq \psi_- + \psi_+) \end{cases}. \quad (6)$$

对式(3)~式(5)左右两边进行以自然常数 e 为底的指数函数变换,变换后的等式依次为:

$$e^{(1-\alpha)S_-} = \sum_{i=1}^{\psi_-} (q_i)^\alpha, \quad (7)$$

$$e^{(1-\alpha)S_+} = \sum_{i=1}^{\psi_+} (p_i)^\alpha, \quad (8)$$

$$e^{(1-\alpha)S} = \sum_{i=1}^{\psi_-+\psi_+} (o_i)^\alpha. \quad (9)$$

定义 $e^{(1-\alpha)S_+} - e^{(1-\alpha)S}$ 为指数Renyi熵差,其中 $e^{(1-\alpha)S_+}$ 表示右部指数Renyi熵, $e^{(1-\alpha)S}$ 表示左部和右部总的指数Renyi熵。下面4个命题用于分析和论证:为了尽可能提高指数Renyi熵差 $e^{(1-\alpha)S_+} - e^{(1-\alpha)S}$,图2中的灰度直方图应具有什么样的分布特点。

命题1 $e^{(1-\alpha)S_+} - e^{(1-\alpha)S} = [1 - (1-\lambda)^\alpha] e^{(1-\alpha)S_+} - \lambda^\alpha e^{(1-\alpha)S_-}$, 其中 $\lambda = \mu_- / (\mu_- + \mu_+)$ 。

证明

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{1-\alpha} \ln \sum_{i=1}^{\psi_-+\psi_+} (o_i)^\alpha = \\ &= \frac{1}{1-\alpha} \ln \left[\sum_{i=1}^{\psi_-} \left(\frac{\mu_-}{\mu_- + \mu_+} q_i \right)^\alpha + \sum_{i=1}^{\psi_+} \left(\frac{\mu_+}{\mu_- + \mu_+} p_i \right)^\alpha \right]. \end{aligned} \quad (10)$$

将式(10)进行变形可以得出:

$$e^{(1-\alpha)S} = \lambda^\alpha \sum_{i=1}^{\psi_-} (q_i)^\alpha + (1-\lambda)^\alpha \sum_{i=1}^{\psi_+} (p_i)^\alpha. \quad (11)$$

将式(7)和式(8)代入到式(11)中,得: $e^{(1-\alpha)S} =$

$\lambda^\alpha e^{(1-\alpha)S_-} + (1-\lambda)^\alpha e^{(1-\alpha)S_+}$ 从而有: $e^{(1-\alpha)S_+} - e^{(1-\alpha)S_-} = \left[1 - (1-\lambda)^\alpha\right] e^{(1-\alpha)S_+} - \lambda^\alpha e^{(1-\alpha)S_-}$ 。

命题 2 当 $\lambda > 1/(1 + e^{S_+ - S_-})$ 时, $e^{(1-\alpha)S_+} - e^{(1-\alpha)S_-}$ 是关于 λ 的单调递增函数。

证明: $e^{(1-\alpha)S_+} - e^{(1-\alpha)S_-}$ 关于 λ 的偏导数为:

$$\frac{e^{(1-\alpha)S_+}}{(1-\lambda)^{1-\alpha}} - \frac{e^{(1-\alpha)S_-}}{\lambda^{1-\alpha}}. \quad (12)$$

令表达式(12)大于0,可得关于 λ 的不等式解: $\lambda > 1/(1 + e^{S_+ - S_-})$ 。根据函数导数和函数单调性的关系,可知当 $\lambda > 1/(1 + e^{S_+ - S_-})$ 时, $e^{(1-\alpha)S_+} - e^{(1-\alpha)S_-}$ 是关于 λ 的单调递增函数。

命题 3 $e^{(1-\alpha)S_+} - e^{(1-\alpha)S_-}$ 是关于 $e^{(1-\alpha)S_+}$ 的单调递增函数。

证明: $e^{(1-\alpha)S_+} - e^{(1-\alpha)S_-}$ 关于 $e^{(1-\alpha)S_+}$ 的偏导数为 $1 - (1-\lambda)^\alpha$, 当求最大指数 Renyi 熵时, 熵参数需满足 $\alpha > 0^{[14]}$, 又因为 $0 < \lambda < 1$, 从而 $0 < 1 - (1-\lambda)^\alpha < 1$ 。根据函数导数和函数单调性的关系, 可知 $e^{(1-\alpha)S_+} - e^{(1-\alpha)S_-}$ 是关于 $e^{(1-\alpha)S_+}$ 的单调递增函数。

命题 4 $e^{(1-\alpha)S_+} - e^{(1-\alpha)S_-}$ 是关于 $e^{(1-\alpha)S_-}$ 的单调递减函数。

证明: $e^{(1-\alpha)S_+} - e^{(1-\alpha)S_-}$ 关于 $e^{(1-\alpha)S_-}$ 的偏导数为 $-\lambda^\alpha$, 因为 $0 < \lambda < 1$, 从而 $-\lambda^\alpha < 0$ 。根据函数导数和函数单调性的关系, 可知 $e^{(1-\alpha)S_+} - e^{(1-\alpha)S_-}$ 是关于 $e^{(1-\alpha)S_-}$ 的单调递减函数。

命题 1 到命题 4 表明: 在 $\lambda > 1/(1 + e^{S_+ - S_-})$ 的前提下, λ 值和 $e^{(1-\alpha)S_+}$ 值越大, 而 $e^{(1-\alpha)S_-}$ 值越小将使得 $e^{(1-\alpha)S_+} - e^{(1-\alpha)S_-}$ 取更大值。结合 $\lambda = \mu_-/(\mu_- + \mu_+)$ 以及 $e^{(1-\alpha)S_+}$ 和 $e^{(1-\alpha)S_-}$ 的相对大小关系, 容易进一步推断出: 相对更大的 μ_- 或相对更小的 μ_+ , 以及相对更大的 $e^{(1-\alpha)S_+}$ 或相对更小的 $e^{(1-\alpha)S_-}$, 将使得 $e^{(1-\alpha)S_+} - e^{(1-\alpha)S_-}$ 取更大值。因为 μ_- 和 μ_+ 分别代表直方图左部和右部的总频数, 这意味着由相对较少的像素构成的右部直方图对应的 $e^{(1-\alpha)S_+}$ 应尽可能大, 而由相对较多的像素构成的左部直方图对应的 $e^{(1-\alpha)S_-}$ 应尽可能小, 这将使 $e^{(1-\alpha)S_+} - e^{(1-\alpha)S_-}$ 取更大值。通过上述分析, 具有如下分布特点的灰度直方图将有助于 $e^{(1-\alpha)S_+} - e^{(1-\alpha)S_-}$ 取更大值: 左部直方图应包含相对多的像素, 且左部直方图在更窄的灰度级范围内应尽可能集中分布; 右部直方图应包含相对少

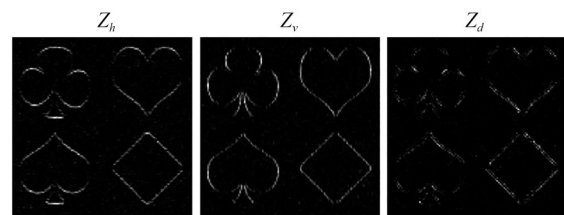
的像素, 且右部直方图在更广的灰度级范围内应尽可能分散分布。

基于指数 Renyi 熵差的上述性质, 同时结合第 2 节平稳小波变换的多尺度乘积效应, 可知: 为了找出相对恰当的 ω_θ 值, 使得 MPT 图像 Z_θ 既保留必要的边缘信息, 同时抑制噪声或随机细节, 可以采用最大化 MPT 图像 Z_θ 的灰度直方图的指数 Renyi 熵差, 其形式化描述为:

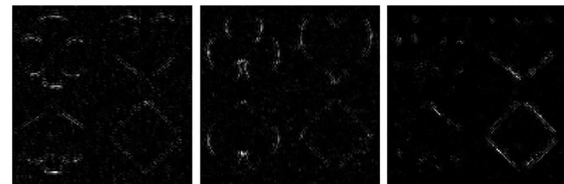
$$(\omega_\theta^*, l_\theta^*) = \arg \max_{\omega_\theta \in Z^+} \max_{l_\theta \in [0, 255]} (e^{(1-\alpha)S_{\theta,+}} - e^{(1-\alpha)S_{\theta,-}}). \quad (13)$$

一旦确定了某一方向上参与 MPT 变换的多尺度乘积层数 ω_θ^* , 就可以结合式(2)计算出对应方向的 MPT 图像 Z_θ^* 。为了综合利用 3 个单一方向的 MPT 图像提供的边缘信息, 再将 3 幅单一方向 MPT 图像进行等权重线性融合, 以构造出一幅融合图像。为方便起见, 将融合图像记为 E^* (参考图 4)。

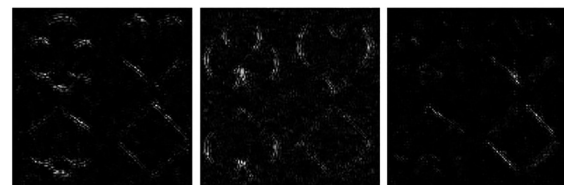
此外, 为了比较不同小波函数对评估合理 ω_θ 值的影响, 这里对比分析了 Haar, Sym4, Db4, Fk4 和 Coif4 小波相应的小波 MPT 图像 Z_θ 。从图 3 中可以观察到: 一方面, 受限于小波函数的自身数学特性, 小波函数的选取将直接影响到多尺度乘积层数 ω_θ 的自动评估; 另一方面, 当不同小波函数的多尺度乘积层数 ω_θ 取到相同数值时, 小波函



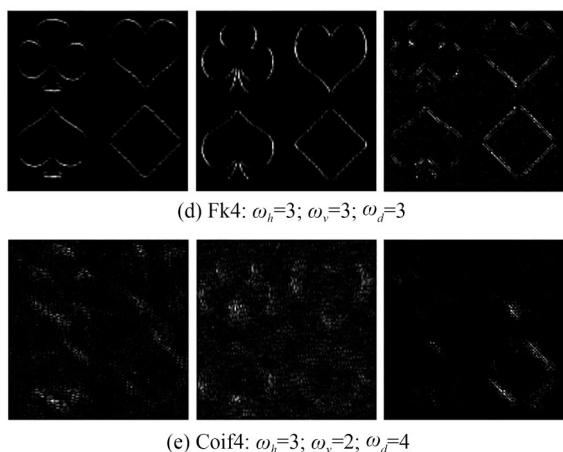
(a) Haar: $\omega_h=2$; $\omega_v=2$; $\omega_d=3$



(b) Sym4: $\omega_h=2$; $\omega_v=2$; $\omega_d=3$



(c) Db4: $\omega_h=3$; $\omega_v=2$; $\omega_d=3$

图3 5种小波对应的MPT图像 Z_θ 以及 ω_θ 值Fig. 3 MPT images Z_θ and ω_θ values corresponding to five wavelets

数之间的性质差异仍将导致MPT图像 Z_θ 存在较大区别。总体而言, Haar小波对应的多尺度乘积

效应在抑制噪声和凸显边缘方面表现更佳。

4 基于指数Renyi熵构造阈值选取的目标函数

4.1 目标函数的构造

对于输入的灰度图像 f ,按第3节介绍的方法可以计算出每个方向对应的最佳分解层数 ω_θ 和MPT图像 Z_θ^* ,并获得最终的融合MPT图像 E^* 。假设灰度图像 f 的灰度取值范围为 $t \in [t_{\min}, t_{\max}]$,用该灰度范围内的一个灰度值 t 对灰度图像 f 进行阈值化可得一幅二值图像 b_t ,然后从图像 b_t 中提取出一幅内外轮廓图像 c_t ,再用图像 c_t 中值为1的像素对图像 E^* 进行取样,并以取样所得像素构造对应的灰度直方图 H_t 。图4给出了上述处理步骤的一个直观示意。

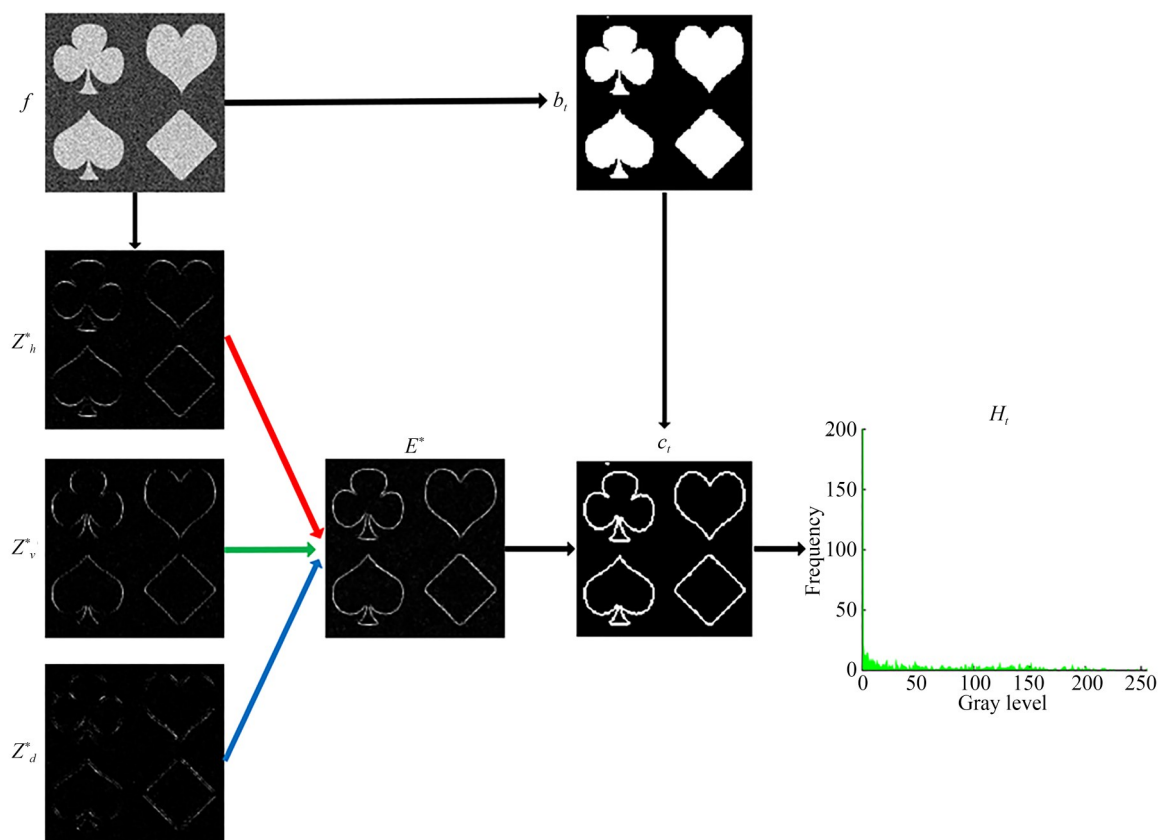


图4 目标函数构建过程中的关键步骤直观示意图。为了清晰显示灰度直方图 H_t 中灰度区间 $[0, 255]$ 内灰度频数,在频数200处截断了灰度直方图。

Fig. 4 Several key steps in the construction of objective function. The gray level histogram H_t is truncated at the frequency 200 for more clearly showing the frequency of gray level in the range $[0, 255]$.

EREM 方法采用如式(14)所示的目标函数选取最终阈值 t^* :

$$t^* = \arg \max_{t \in [t_{\min}, t_{\max}]} (e^{(1-a)S}(t)), \quad (14)$$

其中: $t_{\min}$ 和 $t_{\max}$ 分别表示灰度图像 f 的最小灰度值和最大灰度值; $e^{(1-a)S}(t)$ 表示基于灰度直方图 H_i 计算出的指数 Renyi 熵 (Exponential Renyi Entropy, ERE)。

4.2 目标函数的合理性

从上述选取最终阈值的目标函数可以看出, EREM 方法和传统阈值方法的主要不同之处在于: 传统阈值方法的目标函数大多构建于原始灰度图像或者原始灰度图像及其均值滤波图像之上, 而 EREM 方法的目标函数构建于融合 MPT 图像 E^* 上。无论原始图像是无峰、单峰、双峰或者多峰直方图模式, 融合 MPT 图像 E^* 具有统一的单峰右偏直方图模式, 这为 EREM 方法统一处理无峰、单峰、双峰或者多峰直方图模式下图像的自动阈值选择问题奠定了基础。

下面进一步分析按公式(14)定义的目标函数计算最终阈值 t^* 的合理性。有两种方法计算灰度直方图 H_i 对应的指数 Renyi 熵 $e^{(1-a)S}(t)$ 。一种方法是对灰度直方图 H_i 做整体运算以直接计算出指数 Renyi 熵 $e^{(1-a)S}(t)$ 。这种方法的效率更高, 在算法实现时将采用该方法。另一种方法是利用式(13)计算出的灰度 l_θ^* 将灰度直方图 H_i 划分为左右两个部分, 并采用第 3 节计算 S 一样的方式计算指数 Renyi 熵 $e^{(1-a)S}(t)$ 。这种方法可以建立起一个涉及 4 个自变量的多元函数, 便于从理论上分析阈值取值的合理性。根据第二种方法, 可以计算出:

$$e^{(1-a)S}(t) = \lambda_i^a e^{(1-a)S_{i,-}} + (1 - \lambda_i)^a e^{(1-a)S_{i,+}}, \quad (15)$$

其中: $e^{(1-a)S_{i,+}}$ 是灰度直方图 H_i 中大于灰度 l_θ^* 的右部对应的指数 Renyi 熵, $e^{(1-a)S_{i,-}}$ 是灰度直方图 H_i 中小于灰度 l_θ^* 的左部对应的指数 Renyi 熵, 而 $\lambda_i = \mu_{i,-} / (\mu_{i,-} + \mu_{i,+})$, 其中 $\mu_{i,-}$ 为灰度直方图 H_i 左部对应的总频数, $\mu_{i,+}$ 为灰度直方图 H_i 右部对应的总频数。

命题 5 令 $\lambda_i^* = 1 / (1 + e^{S_{i,+} - S_{i,-}})$, 则当 $\lambda_i \in (0, \lambda_i^*)$ 时, 指数 Renyi 熵 $e^{(1-a)S}(t)$ 关于 λ_i 单调递增; 当 $\lambda_i \in (\lambda_i^*, 1)$ 时, 指数 Renyi 熵 $e^{(1-a)S}(t)$ 关于 λ_i 单调

递减。

证明: $e^{(1-a)S}(t)$ 关于 λ_i 的偏导数为:

$$\frac{e^{(1-a)S_{i,-}}}{\lambda_i^{1-a}} - \frac{e^{(1-a)S_{i,+}}}{(1 - \lambda_i)^{1-a}}. \quad (16)$$

$$\text{当 } \lambda_i \in (0, \lambda_i^*) \text{ 时, } \frac{e^{(1-a)S_{i,-}}}{\lambda_i^{1-a}} - \frac{e^{(1-a)S_{i,+}}}{(1 - \lambda_i)^{1-a}} > 0,$$

根据函数导数和函数单调性的关系, 可知指数 Renyi 熵 $e^{(1-a)S}(t)$ 在区间 $(0, \lambda_i^*)$ 内关于 λ_i 单调递

$$\text{增; 当 } \lambda_i \in (\lambda_i^*, 1) \text{ 时, } \frac{e^{(1-a)S_{i,-}}}{\lambda_i^{1-a}} - \frac{e^{(1-a)S_{i,+}}}{(1 - \lambda_i)^{1-a}} < 0,$$

根据函数导数和函数单调性的关系, 可知指数 Renyi 熵 $e^{(1-a)S}(t)$ 在区间 $(\lambda_i^*, 1)$ 内关于 λ_i 单调递减。

命题 5 指出了指数 Renyi 熵 $e^{(1-a)S}(t)$ 的两个重要性质, 性质 1: 在 $\lambda_i \in (0, \lambda_i^*)$ 时, 更小的 λ_i 值对应于更小的指数 Renyi 熵 $e^{(1-a)S}(t)$; 性质 2: 在 $\lambda_i \in (\lambda_i^*, 1)$ 时, 更小的 λ_i 值对应于更大的指数 Renyi 熵 $e^{(1-a)S}(t)$ 。据此有两种可能的候选策略来选择相对更合理的阈值: 策略 1 是根据性质 1 在单调递增区间 $(0, \lambda_i^*)$ 内寻找相对更小的指数 Renyi 熵 $e^{(1-a)S}(t)$; 策略 2 是根据性质 2 在单调递减区间 $(\lambda_i^*, 1)$ 内寻找相对更大的指数 Renyi 熵 $e^{(1-a)S}(t)$ 。下面分析策略 2 更可取, 即利用式(14)选择最终阈值 t^* 的合理性。

一方面, 结合最大化指数 Renyi 熵差的性质, λ_i 位于单调递减区间 $(\lambda_i^*, 1)$ 内的机会更大。最大化指数 Renyi 熵差有利于产生较大的 $e^{(1-a)S_{i,+}}$ 和较小的 $e^{(1-a)S_{i,-}}$, 这有利于当内外轮廓图像 c_i 中值为 1 的像素相对更多的位于融合图像 E^* 中的边缘区域时产生较大的 $e^{(1-a)S_{i,+}}$ 值和较小的 $e^{(1-a)S_{i,-}}$ 值。因为 $\lambda_i^* = 1 / (1 + e^{S_{i,+} - S_{i,-}})$, 当 $e^{(1-a)S_{i,+}}$ 越大或 $e^{(1-a)S_{i,-}}$ 越小时, λ_i^* 将取较小值, 因此单调递减区间 $(\lambda_i^*, 1)$ 将越宽, λ_i 位于区间 $(\lambda_i^*, 1)$ 内的机会将越大。

另一方面, 考虑到灰度直方图 H_i 是通过内外轮廓图像 c_i 中值为 1 的像素对融合图像 E^* 进行取样构造而来, 这样灰度直方图 H_i 将涉及融合图像 E^* 中的边缘像素区域和非边缘像素区域。在灰度直方图 H_i 中, 小于灰度 l_θ^* 的左部主要涉及融合图像 E^* 中的非边缘像素, 而大于灰度 l_θ^* 的右部主要涉及融合图像 E^* 中的边缘像素, 因此 λ_i 值将

反映内外轮廓图像 c_i 中值为1的像素位于融合图像 E^* 的非边缘区域和边缘区域的比例。对内外轮廓图像 c_i 而言,相对更小的 λ_i 意味着非边缘区域占比更小,结合命题5在 $\lambda_i \in (\lambda_i^*, 1)$ 时的性质,更小的 λ_i 值更容易使指数Renyi熵 $e^{(1-\alpha)S}(t)$ 取较大值。

5 算法步骤

算法名称:EREM

输入:待分割的灰度图像 f

输出:分割阈值 t^* 和分割结果图像 b_i^*

步骤1:结合式(2)和式(13)计算水平、垂直和对角3个方向对应的MPT图像,并将这3幅MPT图像进行等权重线性融合得到图像 E^* ;

步骤2:用 X_{H_i} 记录后续循环处理过程中从直方图 H_i 中计算的ERE值,用 $X_{H_i}^*$ 记录后续循环处理过程中最大的 X_{H_i} 值,用 t^* 记录对应于 $X_{H_i}^*$ 的灰度值。 $X_{H_i}^*$ 和 t^* 的初始值均为0。对于待分割图像 f 中出现的每一个灰度值 $t \in [t_{\min}, t_{\max}]$,按从小到大的顺序重复执行下面的步骤3到步骤6;

步骤3:用灰度值 t 阈值化待分割图像 f 以产生一幅二值图像 b_i ;

步骤4:基于二值图像 b_i 构建出一幅和 b_i 大小相等的内外轮廓图像 c_i 。在初始化二值图像 c_i 中所有像素值为1后,先构建内部轮廓:在遍历 b_i 的每个像素时,当某个像素值等于1且该像素的4邻域值也都为1,那么修改 c_i 中和该像素位置对应的像素值为0;再构建外部轮廓:先将 b_i 取反得 $\tilde{b}_i$,然后采用构建内部轮廓一样的方法来遍历 $\tilde{b}_i$ 并相应修改 c_i ;

步骤5:用内外轮廓图像 c_i 中值为1的像素对融合图像 E^* 进行采样,并将采样所得像素构造对应的灰度直方图 H_i (直方图的灰度值规范化到 $[0, 255]$),再从灰度直方图 H_i 中计算出对应的ERE值并存储到 X_{H_i} 中;

步骤6:判断 X_{H_i} 和 $X_{H_i}^*$ 的大小关系:如果 $X_{H_i} > X_{H_i}^*$,则令 $X_{H_i}^*$ 等于 X_{H_i} ,并令 t^* 等于 t ;

步骤7:以最终计算得到的阈值 t^* 对图像 f 进行阈值化得到分割结果图像 b_i^* ,最后输出分割阈值 t^* 和分割结果图像 b_i^* 。

6 实验结果与讨论

6.1 实验环境、参与比较的方法、定量评估指标

用于测试实验的主要硬件参数如下: Intel Core i7-12700H 2.7 GHz 中央处理器, 16 GB DDR5 内存, 操作系统为64位 Windows 11, 集成开发平台是 Matlab R2021a。测试图像集包括16幅合成图像和50幅真实世界图像, 它们的灰度直方图呈现为无峰、单峰、双峰或者多峰模式。每幅测试图像的分割参考图像均利用 Adobe Photoshop 软件手工产生。测试图像集和分割参考图像集可以访问 <https://share.weiyun.com/NaYeXTAW> 获得。

提出的EREM方法与8种新近提出的分割方法进行了比较, 它们分别是基于信息冗余度的自适应 Tsallis 熵阈值方法 (Adaptive Tsallis Entropy, ATE)^[25]、基于类间方差和多类平均值的无参数阈值方法 (Parameter Free, PF)^[26]、结合 Otsu 方法的熵加权阈值方法 (Entropy Weighted, EW)^[27]、基于直方图形状的斜率差分分布阈值方法 (Slope Difference Distribution, SDD)^[5]、鲁棒自稀疏模糊均值聚类分割方法 (Robust Self Sparse Fuzzy Clustering Algorithm, RSSFCA)^[28]、模糊子空间聚类分割方法 (Fuzzy Subspace Clustering, FSC)^[29]、基于自适应距离正则化水平集方法 (Adaptive Distance Regularization Level Set, ADRLS)^[30] 以及全局和局部模糊图像拟合的活动轮廓分割方法 (Global and Local Fuzzy Image Fitting, GLFIF)^[31]。注意到EREM方法带有一个指数Renyi熵参数, 在后续的6.2小节到6.4小节中, 指数Renyi熵参数 $\alpha = 0.5$; 在6.5小节进一步分析了不同指数Renyi熵参数 α 对分割精度的影响。

采用马修斯相关系数 (Matthews Correlation Coefficient, MCC)^[32] 来评估以上9个分割方法的分割精度。和 Precision, Recall, Specificity, Dice, Jaccard (也称为 Intersection Over Union) 等指标相比, MCC 是一个更为鲁棒的指标。只有当真阳性、真阴性、假阳性和假阴性这4种情况下都获得好的分割结果, MCC 指标值才会高, 并且 MCC 指标值正比于阳性元素和阴性元素各自的元素数量, 从而能更稳健地应对目标和背景大小

比例失衡的情况。特别地,当分割结果图像和分割参考图像保持一致时,MCC 指标值将等于 1;当分割结果图像和分割参考图像完全相反时,MCC 指标值将等于-1。

6.2 在合成图像上的比较实验

为了验证 EREM 方法的分割适应性,一方面通过调整目标和背景的大小比例,使得 16 幅合成图像既包括目标和背景大小比例失衡的情况(参考图 5),也包括大小比例相对均衡的情况(参考图 6);另一方面在合成图像上依次添加高斯噪声、极值噪声、伽玛噪声、瑞利噪声、贝塔噪声和均匀噪声,采用目标和背景被不同噪声退化的方式,以形成具有无峰、单峰、双峰或者多峰直方图模式的合成图像(参考图 5~图 7)。在图 5 和图 6 的每幅子图中,合成图像对应的灰度直方图用绿色区域表示,EREM 方法计算阈值时所得目标函数曲线用红色曲线表示,红色虚线及旁边的数字则标识了 EREM 方法选择的阈值(彩图见期刊电子版)。

图 7 展示了 EREM, ATE, PF, EW 和 SDD 方法在 4 幅代表性合成图像上的阈值以及最大化

MCC 指标时对应的最优分割阈值,其中,第 1 列所展示的测试图像的灰度直方图模式分别为无峰、单峰、双峰和多峰,在每幅子图中,左列为合成图像,右列绿色区域是合成图像对应的灰度直方图,红色曲线是 EREM 方法计算阈值时所得目标函数曲线(彩图见期刊电子版)。4 幅代表性合成图像的选取综合了图像的目标图案、直方图模式、目标与背景的大小比例以及灰度分布等多种要素,其中,第 1 张为无峰模式的合成图像,目标与背景的大小比例相对均衡(目标和背景的大小比例约等于 1:2),但随机纹理构成的背景以及直方图的无峰模式给分割增加了难度。第 2 张为单峰模式的合成图像,目标与背景的比例严重失衡(目标和背景的大小比例约等于 1:110)和直方图的双峰模式增加了一定的分割难度。第 3 张为双峰模式的合成图像,该图像在施加噪声后进行了高斯点扩散处理,这导致目标的边缘变得相对模糊,但直方图的双峰模式使得分割难度相对降低。第 4 张为多峰模式的合成图像,直方图中的多峰样式以及复杂的噪声背景使得分割难度相对增加。

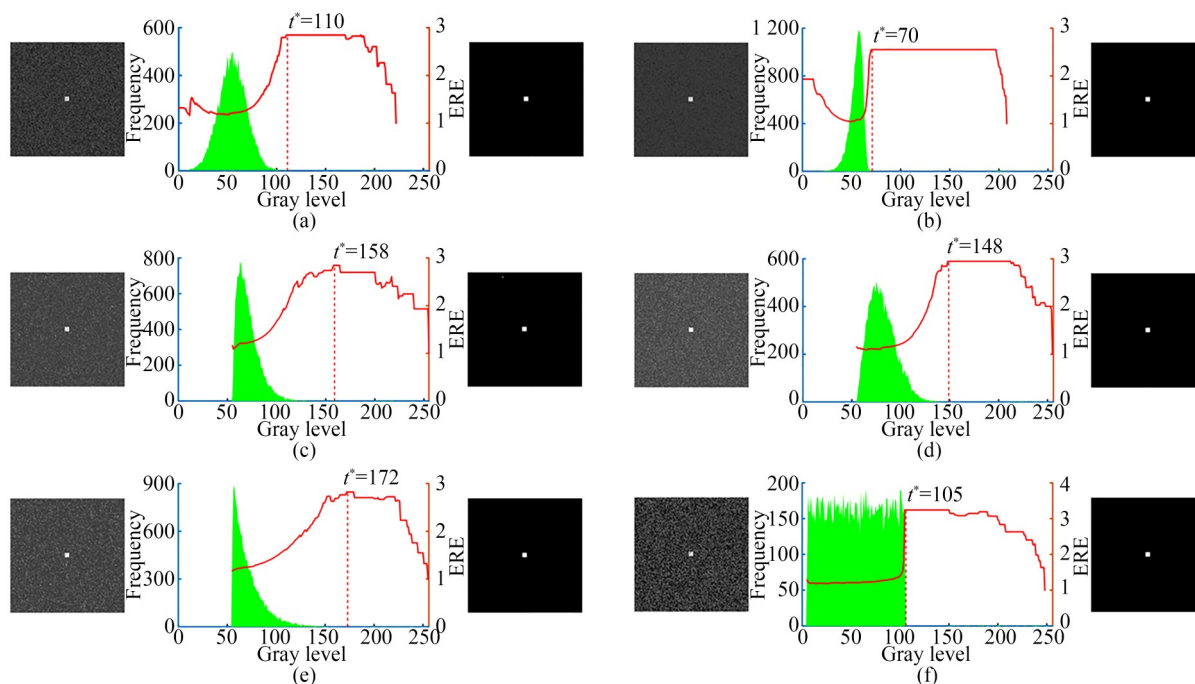


图 5 EREM 方法在目标和背景大小比例失衡的合成图像上的阈值选取及其分割结果

Fig. 5 Selected thresholds and the segmentation results of the EREM method on synthetic images with unbalanced target and background sizes

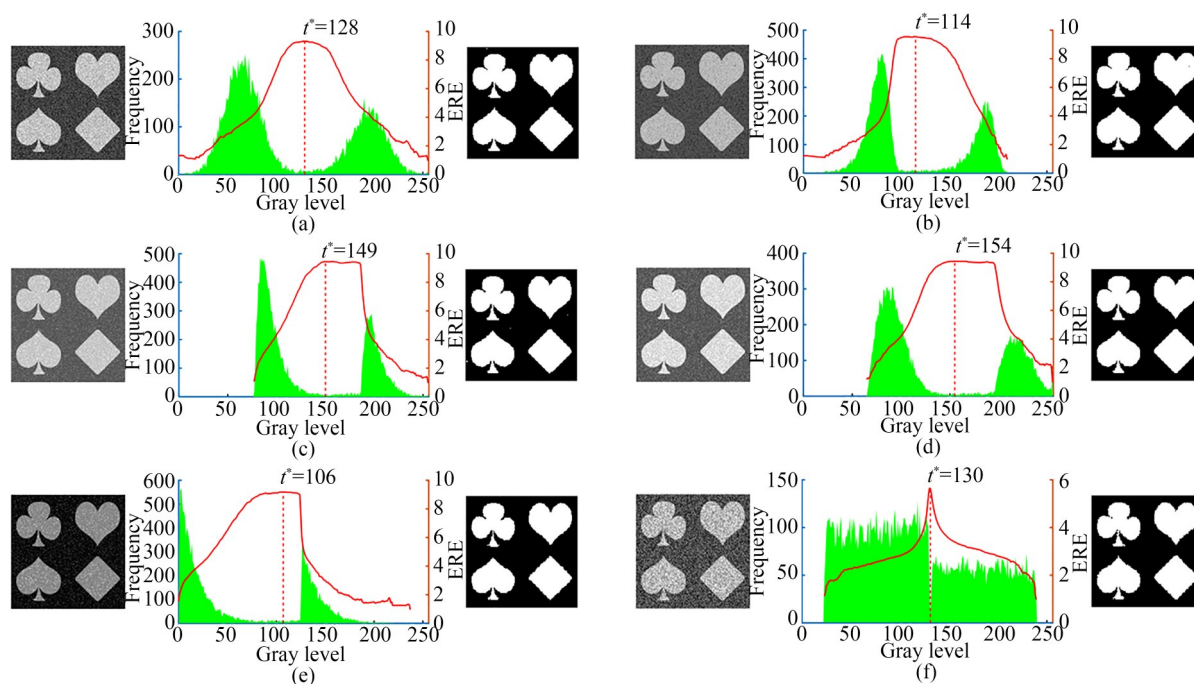


图 6 EREM 方法在目标和背景大小比例相对均衡的合成图像上的阈值选取及其分割结果

Fig. 6 Selected thresholds and the segmentation results of the EREM method on synthetic images with relatively balanced target and background sizes

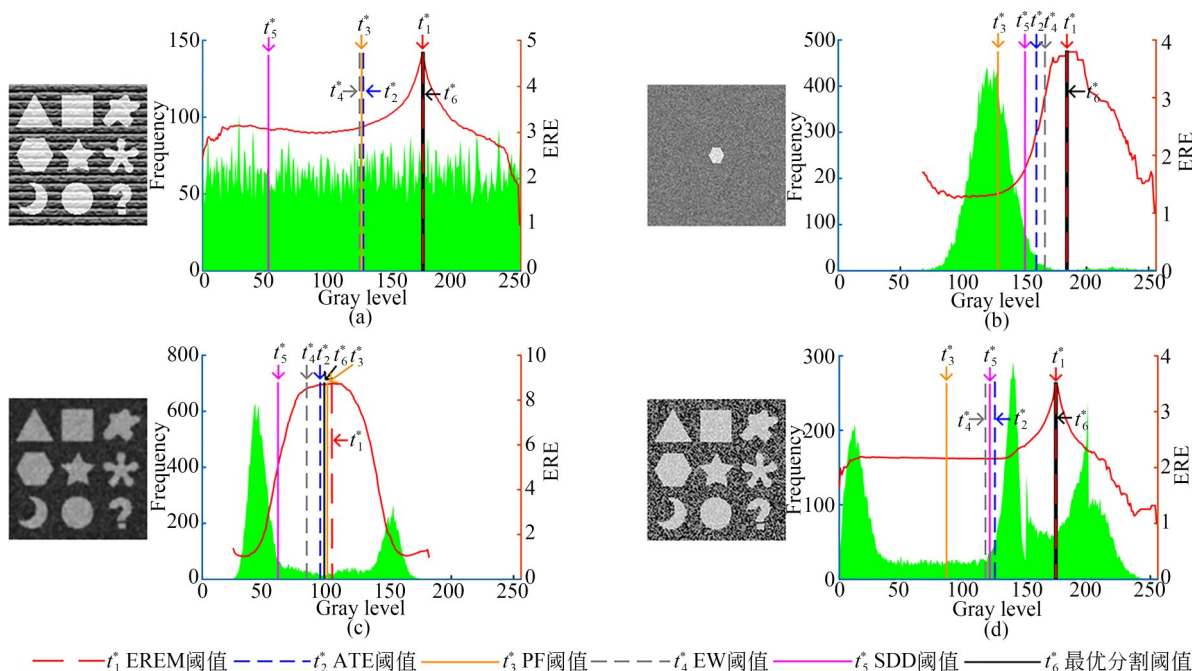


图 7 5 种阈值分割方法在 4 幅代表性合成图像上的阈值选取

Fig. 7 Selected thresholds of the 5 threshold segmentation methods on 4 representative synthetic images

通过对比 5 种阈值分割方法在图 7 中的阈值选取结果,可以观察到:(1)在图 7(a)中,EREM 方法所得阈值与最优分割阈值一致(最优分割阈

值通过最大化 MCC 值来自动确定),ATE,EW 和 PF 方法所得阈值偏离最优分割阈值的程度较大,且三种方法所得阈值相对集中在 $[125, 130]$

的灰度值区域内, SDD方法所得阈值则与最优分割阈值相差 124 个灰度值; (2) 在图 7(b) 中, EREM 方法所得阈值与最优分割阈值一致, ATE, PF、EW 和 SDD 方法所得阈值相较最优分割阈值均存在不同程度的偏离; (3) 在图 7(c) 中, 5 种阈值分割方法均存在不同程度的偏离, 而 ATE 方法所得阈值更接近最优分割阈值, 仅相差 3 个灰度值; (4) 在图 7(d) 中, EREM 方法所得阈值与最优分割阈值一致, ATE, SDD 和 EW 方法所得阈值偏离最优分割阈值的程度较大, 且三种方法所得阈值相对集中在 [115, 125] 的灰度值区域内, PF 方法所得阈值则与最优分割阈值相差 87 个灰度值; (5) 相较其他 4 种分割方法, ATE 方法所得阈值在图 7(c) 中较为接近最优分割阈值, 但其分割结果不稳定, 在图 7(a)、图 7(b) 和图 7(d) 中 ATE 方法所得阈值和最优分割阈值存在较大偏离。

图 8 展示了 9 个分割方法在图 7 中 4 幅合成图像上的定性分割结果比较, 表 1 则给出了 9 个分割方法在 16 幅合成图像上的 MCC 值。通过统计分析可知, ATE, PF, EW, SDD, RSSFCA, FSC, ADRLS, GLFIF 和 EREM 方法的平均 MCC 值分别为 0.594 3, 0.588 0, 0.701 9, 0.581 9, 0.512 0, 0.591 7, 0.497 3, 0.427 7 和 0.990 8, 且 EREM 方法相比于分割精度第 2 的

EW 方法, 平均 MCC 值提高了 41.2%。结合图 8 的分割结果和表 1 的数据可以进一步观察到: (1) 由于受到随机纹理的干扰, 对于第 1 幅无峰模式的合成图像, 只有 EREM 和 FSC 方法将目标从纹理背景中分割出来, 表 1 的第 13 行数据也印证了这种定性的视觉判断; (2) 在第 2 幅单峰模式的合成图像中, 目标和背景的大小比例失衡, 从图 8 的第 2 行和表 1 的第 14 行结果可以看出, EREM, ATE, EW, SDD, FSC 和 ADRLS 方法不同程度的将目标从随机噪声构成的背景中分割出来, 其中 EREM 方法输出的分割结果图像和分割参考图像完全一致, 而其余 3 个方法均未能获得较好的分割结果; (3) 对于第 3 幅双峰模式的合成图像, SDD 方法较为明显地将一些背景像素误分割为目标, FSC 和 ADRLS 方法的分割结果存在目标细节信息丢失, 目标形状变形等问题(参考 FSC 和 ADRLS 方法中的“五角星”目标和“问号”目标), 而其他 6 个方法都获得较好的分割结果; (4) 在图 8 的第 4 行多峰模式的合成图像中, 只有 EREM 方法较为成功地将目标从随机噪声构成的背景中分割出来。EREM 方法虽然也存在少量像素被误分割, 但结合表 1 的最后 1 行数据来看, EREM 方法的 MCC 值相比其他 8 种方法更接近于 1。

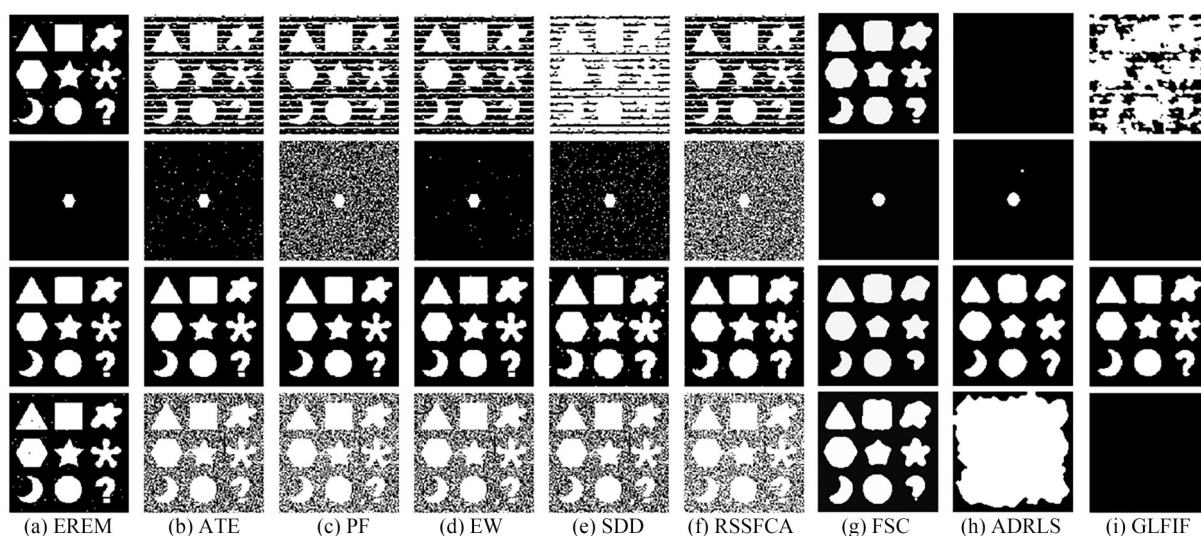


图 8 9 个方法在图 7(a)~(d) 中 4 幅合成图像上的分割结果

Fig. 8 Segmentation results of 9 methods on 4 synthetic images in Fig. 7(a)~(d)

表 1 9 个分割方法在图 5~7 中 16 幅合成图像上的 MCC 值

Tab. 1 MCC values of nine segmentation methods on 16 synthetic images in Fig. 5-7

Test images	ATE ^[25]	PF ^[26]	EW ^[27]	SDD ^[5]	RSSFCA ^[28]	FSC ^[29]	ADRLS ^[30]	GLFIF ^[31]	EREM
Fig. 5(a)	0.342 3	0.042 9	0.728 8	0.242 2	0.038 3	0.027 4	0.000 0	0.000 0	1.000 0
Fig. 5(b)	0.007 3	1.000 0	0.004 3	1.000 0	0.053 5	0.030 6	0.916 4	0.000 0	1.000 0
Fig. 5(c)	0.372 0	0.084 8	0.592 6	0.120 1	0.045 5	0.024 0	0.019 8	0.000 0	0.980 6
Fig. 5(d)	0.276 1	0.063 0	0.644 8	0.146 7	0.041 5	0.017 4	0.000 0	0.000 0	1.000 0
Fig. 5(e)	0.339 8	0.092 4	0.339 5	0.082 1	0.043 3	0.008 7	0.000 0	0.000 0	0.980 6
Fig. 5(f)	0.049 3	0.039 5	0.039 5	0.068 1	0.037 2	0.048 8	0.000 0	0.000 0	1.000 0
Fig. 6(a)	0.983 2	0.991 9	0.985 3	0.954 0	0.992 0	0.946 7	0.963 8	0.936 4	0.992 8
Fig. 6(b)	0.983 6	0.991 0	0.983 6	0.980 8	0.992 0	0.947 4	0.963 5	0.944 9	0.990 0
Fig. 6(c)	0.991 6	0.992 7	0.972 0	0.863 4	0.991 0	0.935 8	0.962 6	0.946 1	0.993 5
Fig. 6(d)	0.994 4	0.993 6	0.979 5	0.967 6	0.994 5	0.934 3	0.965 9	0.942 9	0.994 5
Fig. 6(e)	0.308 9	0.990 8	0.985 0	0.774 0	0.985 0	0.965 7	0.963 6	0.892 0	0.973 9
Fig. 6(f)	0.978 0	0.922 5	0.972 4	0.936 9	0.856 0	0.944 5	0.000 0	0.901 3	0.978 0
Fig. 7(a)	0.650 4	0.633 3	0.643 5	0.341 8	0.638 5	0.895 1	0.000 0	0.396 8	0.994 4
Fig. 7(b)	0.734 8	0.136 3	0.900 8	0.473 9	0.104 0	0.962 6	0.940 6	0.000 0	1.000 0
Fig. 7(c)	0.990 7	0.988 9	0.970 0	0.864 5	0.981 1	0.904 6	0.908 5	0.883 2	0.980 1
Fig. 7(d)	0.506 6	0.443 9	0.488 5	0.493 5	0.398 7	0.873 0	0.352 5	0.000 0	0.994 4

6.3 在真实世界图像上的比较实验

具有不同灰度直方图模式的 50 幅真实世界图像被用于进一步检验 9 个分割方法的分割适应能力。这些真实世界图像的灰度直方图可以用一种或多种分布的组合来近似,且直方图呈现无峰、单峰、双峰或多峰模式。这 50 幅测试图像被分为 4 组,其中编号 1~6,7~18,19~35 和 36~50 的测试图像分别对应无峰、单峰、双峰和多峰模式,测试图像采集自不同应用领域,包括材料无损检测、舰船目标监测、行人视频监控、生物细胞分析、激光熔覆控制等,涉及的成像方法包括超声成像、红外热成像、涡流成像、光学显微镜成像、光学 CCD 成像等。

作为代表性示例,图 9 展示了 EREM, ATE,PF,EW 和 SDD 方法在 4 幅真实世界图像上的阈值选取以及最大化 MCC 指标时对应的最优分割阈值,4 幅真实世界图像编号依次为 4, 18,23 和 43,每幅子图中绿色区域是相应的灰度直方图,红色曲线是 EREM 方法计算阈值时所得目标函数曲线(彩图见期刊电子版)。这 4 幅测试图像的灰度直方图分别为无峰、单峰、双峰和多峰模式。其中,第 1 幅测试图像采集自生物细胞分析,其中复杂的环境背景对分割目标细胞形成一定的干扰。第 2 幅测试图像采集自行

人视频监控,该图中目标和背景的大小比例失衡增加了分割的难度。第 3 幅测试图像是材料显微镜图像,该图存在一定的竖状条纹光斑干扰。第 4 幅测试图像为红外热成像图像,该图中稍暗的灌木丛背景为分割目标人物增加了分割的难度。

对比 5 种阈值分割方法在图 9 中的阈值选取结果,从中可以观察到:(1)在图 9(a)中,EREM 方法所得阈值与最优分割阈值一致,SDD 方法所得阈值与最优分割阈值相差 5 个灰度值,而 PF, EW 和 ATE 方法所得阈值则偏离最优分割阈值的程度均较大,且三种方法所得阈值相对集中在 [115,130] 的灰度值区域内;(2)在图 9(b)中,EREM 方法所得阈值与最优分割阈值一致,ATE 和 EW 方法所得阈值相较最优分割阈值存在较小偏离,且两种方法所得阈值相对集中在 [205, 215] 的灰度值区域内,PF 和 SDD 方法所得阈值则与最优分割阈值分别相差 35 和 65 个灰度值;(3)在图 9(c)中,EREM 方法所得阈值与最优分割阈值一致,ATE,PF 和 EW 方法相较最优分割阈值均存在不同程度的偏离,且 PF 和 EW 方法所得阈值相对集中在 [120,125] 的灰度值区域内,SDD 方法所得阈值则与最优分割阈值相差 152 个灰度值;(4)在图 9(d)中,5 种分割方法所

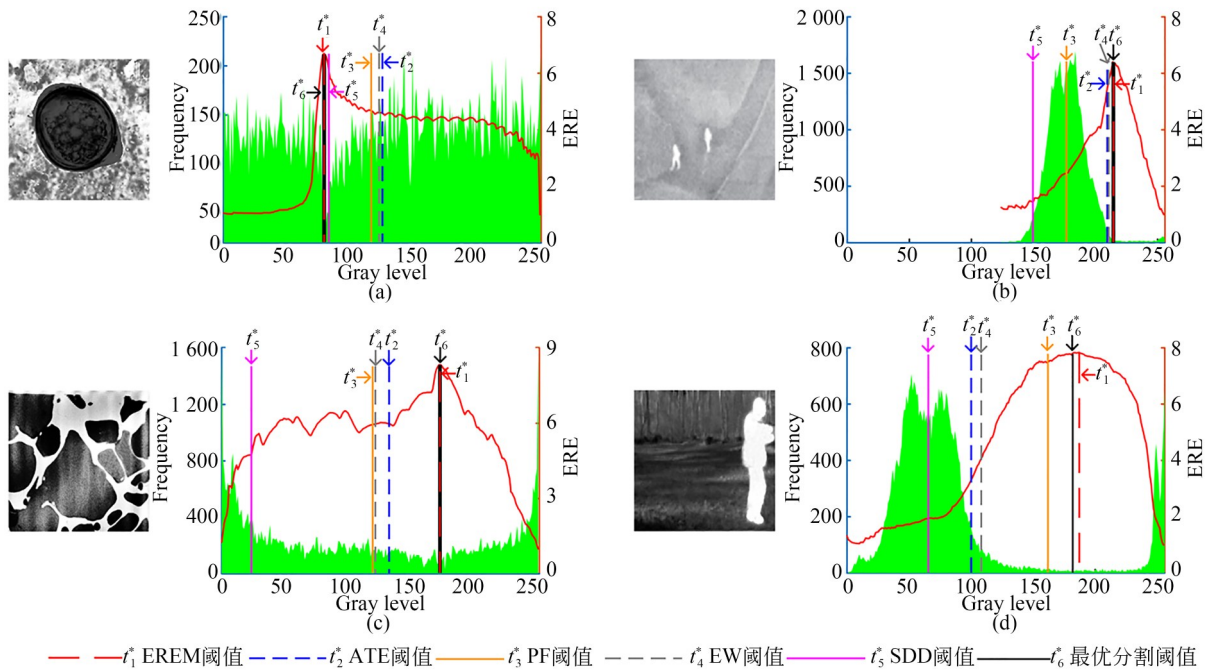


图 9 5种阈值分割方法在4幅真实世界图像上的阈值选取

Fig. 9 Selected thresholds of the 5 threshold segmentation methods on 4 real-world images

得阈值较最优分割阈值均存在不同程度的偏离,与ATE,PF,EW和SDD方法相比,EREM方法所得阈值偏离最优分割阈值相对较小,与最优分割阈值仅差6个灰度值。图10给出了9个分割方法在这4幅真实世界图像上的分割结果。从中可以看出,只有EREM方法相对成功地从这4幅真实世界图像中分隔开目标和背景,其他8个分割方法大多存在明显的误分割。

图11(彩图见期刊电子版)展示了9个分割方法在50幅真实世界图像上的MCC值,编号1到6的测试图像对应无峰模式(红色点),编号7到18的测试图像对应单峰模式(黄色点),编号19到35的测试图像对应双峰模式(蓝色点),编号36到50的测试图像对应多峰模式(绿色点)。通过统计分析可知,ATE,PF,EW,SDD,RSSF-CA,FSC,ADRLS,GLFIF和EREM方法的平均

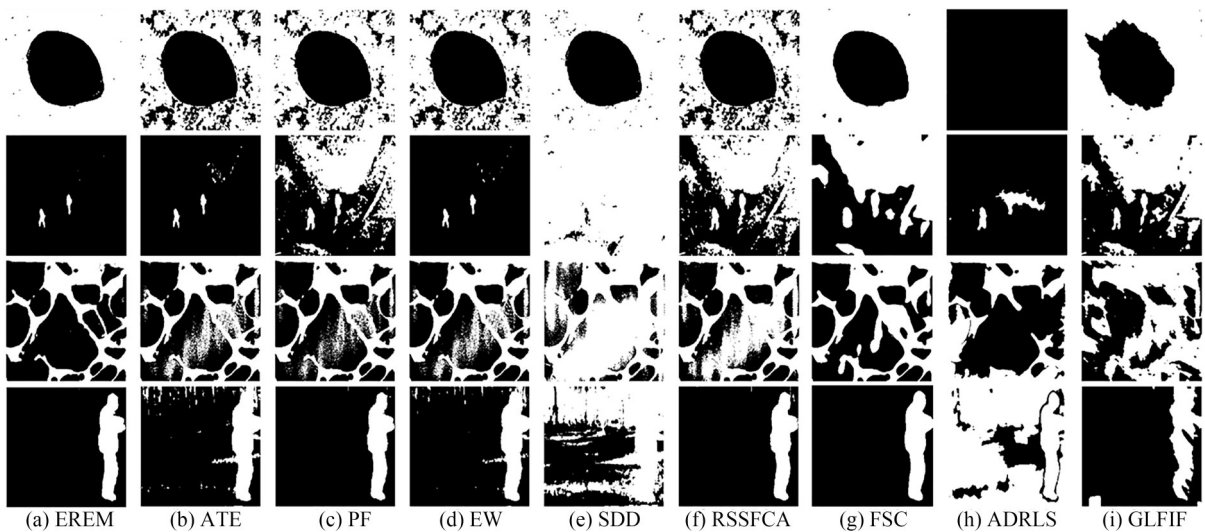


图 10 9个方法在图9(a)~(d)中4幅真实世界图像上的分割结果

Fig. 10 Segmentation results of 9 methods on 4 real-world images in Fig. 9(a)-(d)

MCC 值分别为 0.809 3, 0.782 4, 0.802 9, 0.579 9, 0.576 5, 0.723 4, 0.518 5, 0.608 2 和 0.977 7, 且 EREM 方法相比于分割精度第 2 的 ATE 方法, 平均 MCC 值提高了 20.8%。从图 11 中可以进一步观察到, EREM 方法的 MCC 值都集中在 0.95 以上, 且各散点的波动幅度较小, 这表明该方法能够获得精确度更高的分割结果, 且对无峰、单峰、双峰和多峰模式的图像具有更强的分割适应性。相对而言, ATE 和 EW 方法在不同模式下的 MCC 值都在 0 到 1 之间散布, 但 MCC 值大部分主要集中在 0.6 以上, 这表明这两种方法

在总体上具有较弱的分割适应性。PF 和 FSC 方法在双峰模式下的 MCC 值主要集中在 0.8 以上, 但在无峰、单峰和多峰模式下的 MCC 值散布在 0 到 1 之间, 这表明 PF 和 FSC 方法相对 ATE 和 EW 方法更适合于双峰模式的测试图像, 但不适用于无峰、单峰和多峰模式的测试图像。对 SDD, RSSFCA, ADRLS 和 GLFIF 方法而言, 它们仅个别测试图像下具有相对较高的 MCC 值, 其余测试图像均在 0 到 1 之间散布, 这表明这 4 个方法均不适合无峰、单峰、双峰和多峰模式的测试图像。

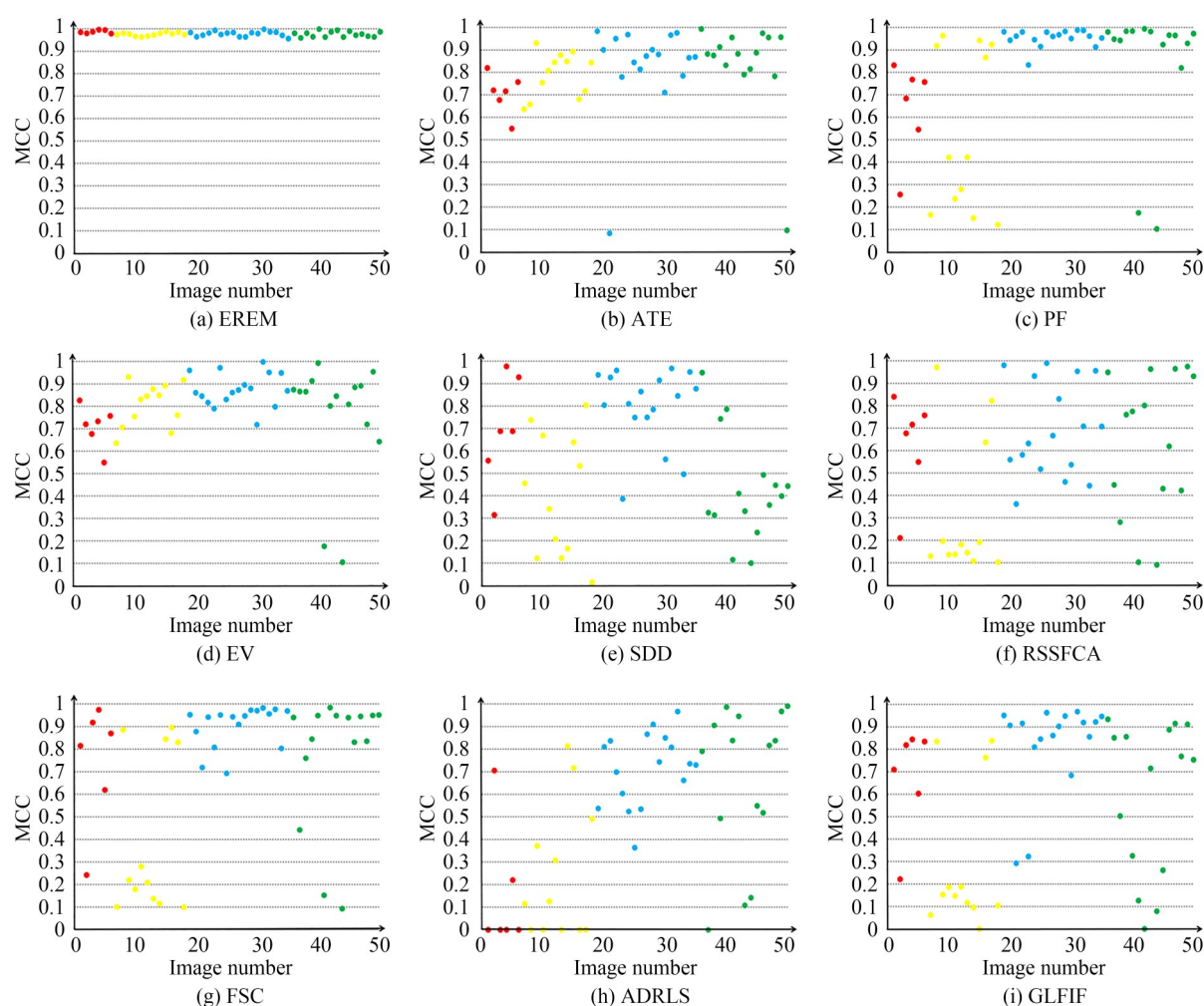


图 11 9 个分割方法在 50 幅真实世界图像上的 MCC 值

Fig. 11 MCC values of 9 segmentation methods on 50 real-world images

6.4 计算效率的比较

在相同软硬件参数下, 同一个分割方法所需的 CPU 运行时间一般会存在轻微差别。为了降

低不同时间点上 CPU 的浮动影响, 可以让每个方法在同一幅测试图像上连续运行 10 次, 并取 10 次运行所需 CPU 时间的平均值作为该方法在

该图像上的 CPU 耗时。表 2 给出了 9 个分割方法在 16 幅合成图像和 50 幅真实世界图像上 CPU 耗时的均值,从中可以观察到,尽管提出的 EREM 方法在计算效率方面不及 EW 和 SDD 这两个自动阈值分割方法,但是与 ATE 和 PF 两个自动阈值分割方法的计算效率在同一个数量级。另外,EREM 方法比 FSC, RSSFCA, GLFIF 和 ADRLS 这 4 个非阈值分割方法具有相对计算效率优势。

表 2 9 个分割方法的计算效率比较
Tab. 2 Comparisons of 9 segmentation methods in computational efficiency (s)

Methods	CPU time on synthetic images	CPU time on real-world images
	Mean	Mean
EW ^[27]	0.000 031	0.000 042
SDD ^[5]	0.001 340	0.002 117
ATE ^[25]	0.022 277	0.024 564
PF ^[26]	0.020 265	0.041 370
EREM	0.061 223	0.070 134
FSC ^[29]	0.329 234	0.714 120
RSSFCA ^[28]	1.811 577	3.798 606
GLFIF ^[31]	2.600 437	2.702 787
ADRLS ^[30]	7.070 475	12.368 462

6.5 熵参数 α 对分割精度的影响

EREM 方法中有一个熵参数 α 。为了测试熵参数 α 对分割精度的影响,需要改变熵参数 α 的取值并统计不同取值下在 16 幅合成图像和 50 幅真实世界图像上的分割精度。为此,让熵参数 α 在 $[0.1, 0.9]$ 区间内按步长 $\eta = 0.025$ 进行变化,然后统计相应 66 幅测试图像的平均 MCC 值。图 12 给出了熵参数 α 在不同取值时的平均 MCC 值,从中不难发现,在 $[0.3, 0.9]$ 区间内平均 MCC 值波动相对较小,且在 $[0.375, 0.75]$ 区间内 MCC 更容易获得较高值。实际上,在熵参数 α 位于 $[0.375, 0.75]$ 区间内时,各点相对于 $\alpha = 0.5$ 时的 MCC 绝对差值均小于 0.0012。这些结

果表明在 $[0.375, 0.75]$ 这一较为广阔的区域, EREM 方法对熵参数 α 的变化不敏感,且能获得相对鲁棒的分割结果。

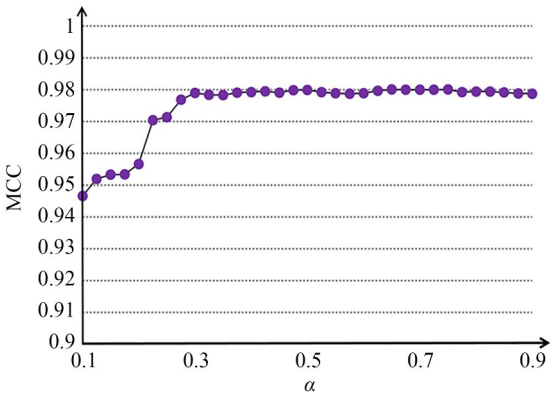


图 12 不同熵参数 α 下平均 MCC 值的统计结果
Fig. 12 Statistical result of average MCC value for different α

7 结 论

为解决灰度直方图呈现出无峰、单峰、双峰或者多峰模式时的自动阈值选取问题,提出了一种平稳小波域多尺度乘积下的指数 Renyi 熵自动阈值选择方法来确定最优分割阈值。通过与 ATE 方法、PF 方法、EW 方法、SDD 方法、RSSFCA 方法、FSC 方法、ADRLS 方法和 GLFIF 方法进行对比实验,发现 EREM 方法虽然在计算效率方面不及 EW 方法、SDD 方法、ATE 方法和 PF 方法,但具有更稳健的分割适应能力,并能获得精确度更高的分割结果图像,在合成测试图像集和真实世界图像集上的平均 MCC 值分别达到了 0.990 8 和 0.977 7。EREM 方法的稳健分割适应能力主要得益于:(1)在灰度图像的直方图呈现不同模式时,EREM 方法利用平稳小波变换的多尺度乘积效应将不同的直方图模式转化为统一的单峰右偏灰度直方图;(2)EREM 方法通过最大化指数 Renyi 熵差自适应确定平稳小波分解层数;(3)EREM 方法对熵参数变化不敏感。

参考文献:

[1] 吴一全, 孟天亮, 吴诗嫻. 图像阈值分割方法研究

进展 20 年(1994—2014)[J]. 数据采集与处理, 2015, 30(1): 1-23.
WU Y Q, MENG T L, WU S H. Research prog-

- ress of image thresholding methods in recent 20 years (1994-2014)[J]. *Journal of Data Acquisition & Processing*, 2015, 30(1): 1-23. (in Chinese)
- [2] 袁小翠, 吴禄慎, 陈华伟. 基于Otsu方法的钢轨图像分割[J]. *光学精密工程*, 2016, 24(7): 1772-1781.
YUAN X C, WU L S, CHEN H W. Rail image segmentation based on Otsu threshold method [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2016, 24(7): 1772-1781. (in Chinese)
- [3] 姜鑫, 陈武雄, 聂海涛, 等. 航空遥感影像的实时舰船目标检测[J]. *光学精密工程*, 2020, 28(10): 2360-2369.
JIANG X, CHEN W X, NIE H T, *et al.* Real-time ship target detection based on aerial remote sensing images[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2020, 28(10): 2360-2369. (in Chinese)
- [4] NIE F, ZHANG P, LI J, *et al.* A novel generalized entropy and its application in image thresholding [J]. *Signal Processing*, 2017, 134: 23-34.
- [5] WANG Z Z, XIONG J J, YANG Y M, *et al.* A flexible and robust threshold selection method [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, 2017, 28(9): 2220-2232.
- [6] YAZID H, BASAH S N, RAHIM S A, *et al.* Performance analysis of entropy thresholding for successful image segmentation [J]. *Multimedia Tools and Applications*, 2022, 81(5): 6433-6450.
- [7] 罗希平, 田捷. 用最大熵原则作多阈值选择的条件迭代算法[J]. *软件学报*, 2000, 11(3): 379-385.
LUO X P, TIAN J. The ICM algorithm for multi-level threshold selection by maximum entropy criterion [J]. *Journal of Software*, 2000, 11(3): 379-385. (in Chinese)
- [8] CHANG C I, DU Y, WANG J, *et al.* Survey and comparative analysis of entropy and relative entropy thresholding techniques [J]. *IEEE Proceedings-Vision, Image, and Signal Processing*, 2006, 153(6): 837.
- [9] Pun T. A new method for grey-level picture thresholding using the entropy of the histogram [J]. *Signal Processing*, 1980, 2(3): 223-237.
- [10] KAPUR J N, SAHOO P K, WONG A K. A new method for gray-level picture thresholding using the entropy of the histogram [J]. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 1985, 29(3): 273-285.
- [11] ABUTALEB A S. Automatic thresholding of gray-level pictures using two-dimensional entropy [J]. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 1989, 47(1): 22-32.
- [12] WONG A K C, SAHOO P K. A gray-level threshold selection method based on maximum entropy principle [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 1989, 19(4): 866-871.
- [13] DE ALBUQUERQUE M P, ESQUEF I A, MELLO A G. Image thresholding using tsallis entropy [J]. *Pattern Recognition Letters*, 2004, 25(9): 1059-1065.
- [14] SAHOO P, WILKINS C, YEAGER J. Threshold selection using Renyi's entropy [J]. *Pattern Recognition*, 1997, 30(1): 71-84.
- [15] Wang S, Chung F L. Note on the equivalence relationship between Renyi-entropy based and Tsallis-entropy based image thresholding [J]. *Pattern Recognition Letters*, 2005, 26(14): 2309-2312.
- [16] SAHOO P K, ARORA G. A thresholding method based on two-dimensional Renyi's entropy [J]. *Pattern Recognition*, 2004, 37(6): 1149-1161.
- [17] SAHOO S, SAHOO S S, KUMAR S, *et al.* Optimized Entropy Based Image Segmentation [C]. 2020 *International Conference on Computer Science, Engineering and Applications (ICCSA)*. 13-14, 2020, Gunupur, India. IEEE, 2020: 1-6.
- [18] ABDEL-KHALEK S, ISHAK A B, OMER O A, *et al.* A two-dimensional image segmentation method based on genetic algorithm and entropy [J]. *Optik*, 2017, 131: 414-422.
- [19] 刘松涛, 刘振兴, 姜康辉. 基于模糊Renyi熵和区域增长的图像目标分割方法[J]. *系统工程与电子技术*, 2018, 40(8): 1693-1701.
LIU S T, LIU Z X, JIANG K H. Image target segmentation method based on fuzzy Renyi entropy and region growing [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2018, 40(8): 1693-1701. (in Chinese)
- [20] WANG Y, XU X. An improved level set method to image segmentation based on saliency [J]. *Journal of Information Processing Systems*, 2019, 15(1): 7-21.
- [21] HE C M, WANG X B, DENG L Z, *et al.* Image Threshold Segmentation Based on GLLE Histo-

- gram[C]. 2019 *International Conference on Internet of Things (iThings) and IEEE Green Computing and Communications (GreenCom) and IEEE Cyber, Physical and Social Computing (CPSCoM) and IEEE Smart Data (SmartData)*. 14-17, 2019, Atlanta, GA, USA. IEEE, 2019: 410-415.
- [22] LEI B, FAN J. Adaptive granulation Renyi rough entropy image thresholding method with nested optimization[J]. *Expert Systems With Applications*, 2022, 203: 117378.
- [23] NASON G P, SILVERMAN B W. *The Stationary Wavelet Transform and Some Statistical Applications* [M]. Wavelets and Statistics. New York, NY: Springer New York, 1995: 281-299.
- [24] 薛婷, 钟麦英. 基于 SWT 与等价空间的 LDTV 系统故障检测[J]. *自动化学报*, 2017, 43(11): 1920-1930.
- XUE T, ZHONG M Y. SWT and parity space based fault detection for linear discrete time-varying systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2017, 43 (11): 1920-1930. (in Chinese)
- [25] RAMÍREZ-REYES A, HERNÁNDEZ-MONTOYA A, HERRERA-CORRAL G, *et al.* Determining the entropic index q of tsallis entropy in images through redundancy[J]. *Entropy*, 2016, 18 (8): 299.
- [26] CAO X H, LI T H, LI H L, *et al.* A robust parameter-free thresholding method for image segmentation[J]. *IEEE Access*, 2018, 7: 3448-3458.
- [27] TRUONG M T N, KIM S. Automatic image thresholding using Otsu's method and entropy weighting scheme for surface defect detection[J]. *Soft Computing*, 2018, 22(13): 4197-4203.
- [28] JIA X H, LEI T, DU X G, *et al.* Robust self-sparse fuzzy clustering for image segmentation[J]. *IEEE Access*, 2020, 8: 146182-146195.
- [29] WEI T, WANG X, LI X, *et al.* Fuzzy subspace clustering noisy image segmentation algorithm with adaptive local variance & non-local information and mean membership linking[J]. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2022, 110: 104672.
- [30] XIAO H G, ZHANG B L, LIU R H, *et al.* Accurate image segmentation based on adaptive distance regularization level set method [J]. *International Journal of Wavelets, Multiresolution and Information Processing*, 2022, 20(6): 2250033.
- [31] FANG J, LIU H, LIU J, *et al.* Fuzzy region-based active contour driven by global and local fitting energy for image segmentation [J]. *Applied Soft Computing*, 2021, 100: 106982.
- [32] CHICCO D, JURMAN G. The advantages of the Matthews correlation coefficient (MCC) over F1 score and accuracy in binary classification evaluation [J]. *BMC Genomics*, 2020, 21(1): 6.

作者简介:



邹耀斌(1978—),男,江西鹰潭人,博士,2001年于中南大学获得学士学位,2007年于武汉理工大学获得硕士学位,2011年于华中科技大学获得博士学位,主要从事数字图像处理、机器学习等方面的研究。E-mail: zyb@ctgu.edu.cn



孟祥丹(1996—),男,湖北十堰人,硕士研究生,2019年于三峡大学科技学院获得学士学位,主要从事数字图像处理方面的研究。E-mail: mxd19960111@163.com