

文章编号 1004-924X(2023)16-2383-12

## 锥面镜磁流变抛光去除函数畸变规律分析与演绎

杨 军, 樊 炜\*, 海 阔\*, 张云飞, 黄 文

(中国工程物理研究院机械制造工艺研究所, 四川 绵阳 621900)

**摘要:** 磁流变抛光是实现锥镜低表面损伤、面形误差高效抑制的重要工艺, 然而锥面磁流变抛光去除函数畸变严重、畸变规律复杂, 而现有方法难以直接有效建立其去除函数模型, 导致面形收敛效率低下。本文分析了锥面曲率效应对磁流变抛光去除函数畸变的影响机制, 研究去除函数的基准化特征参数关于平均曲率的解析规律, 建立了由平面到锥面的磁流变抛光去除函数演绎方法。该方法将锥面去除函数的长宽、体去除率、峰去除率演变规律综合纳入到演绎之中, 更全面地反映了锥面曲率效应下的磁流变抛光去除函数的畸变特性, 同时避免了理化特性参数测量以及复杂方程和非线性问题的求解, 为实际工况下锥面去除函数演绎提供一种有效、低成本方法。重复性采斑实验结果显示锥面去除函数特征参数的演绎误差为 3.20%~12.02%, 证明了该演绎方法具有较强的适用性。

**关键词:** 锥面镜; 磁流变抛光; 去除函数演绎方法; 特征参数; 平均曲率

**中图分类号:** TH706 **文献标识码:** A **doi:** 10.37188/OPE.20233116.2383

## Distortion law analysis and deduction of removal function for magnetorheological finishing of conical mirror

YANG Jun, FAN Wei\*, HAI Kuo\*, ZHANG Yunfei, HUANG Wen

(Institute of Machinery Manufacturing Technology, China Academy of Engineering Physics,  
Mianyang 621900, China)

\* Corresponding author, E-mail: weifan1127@hust.edu.cn; 824639163@qq.com

**Abstract:** Magnetorheological finishing (MRF) is an important process for reducing surface damage and efficiently suppressing the surface error in conical mirrors. However, because of the serious distortion and complex distortion law of the removal function for MRF of conical surfaces, existing methods have failed to establish the removal function model directly and effectively, resulting in a low surface convergence efficiency. In this study, the influence mechanism of the conical curvature effect on the distortion of the MRF removal function was analyzed. In addition, the analytical rule of the normalized characteristic parameters of the removal function for the mean curvature was studied. Furthermore, the removal function deduction scheme from plane to cone was established. This method integrates the evolution laws of the length and width of the conical MRF removal function, volume removal rate, and peak removal rate into the deduction to more comprehensively reflect the distortion characteristics of the MRF removal function under the conical

收稿日期: 2023-02-22; 修订日期: 2023-04-14.

**基金项目:** 国家自然科学基金资助项目 (No. 61605182, No. 12162008, No. 52005463); 中国工程物理研究院创新发展基金创新项目资助 (No. K1267-2022-TCF); 装发部项目资助 (No. 211ZW22001); 国家重点研发计划资助项目 (No. 2017YPA0701200)

curvature effect. It avoids the measurement of physical and chemical characteristic parameters and the solving of complex equations and nonlinear problems, providing an effective, low-cost method for the removal function deduction of conical MRF under actual conditions. The results of repetitive spot sampling experiments show that the deduction errors of the characteristic parameters of the conical removal function are between 3.20% and 12.02%, demonstrating the strong applicability of the proposed deduction method.

**Key words:** conical mirror; magnetorheological finishing; removal function deduction scheme; characteristic parameters; mean curvature

## 1 引言

随着当前激光设备在精密制造、物理实验、大科学装置中的广泛应用,面向轻量化和简洁化的设计需求使得非球面和各种异形曲面光学元件的需求量与日俱增<sup>[1]</sup>。曲面元件的使用能够有效节省光学系统的设计空间,系统设计更加灵活可变,提升光学系统的整体性能和效率。锥面镜因其独特的构型,对核心光学系统的开发具备得天独厚的优势,可广泛应用于激光切割、激光焊接等领域,但高精度、低成本、批量化的锥面镜制造仍是当前光学制造界一大难题。

确定性抛光是基于去除函数与驻留时间卷积原理实现表面材料微量去除的加工技术,包括小工具抛光、气囊抛光、射流抛光、离子束抛光、磁流变抛光等<sup>[2-3]</sup>。磁流变抛光技术作为一种确定性抛光技术,具有加工效率高、去除率稳定、亚表面损伤低等优势<sup>[4-5]</sup>,且加工柔性高、曲面的贴合程度好,被广泛用于非球面、自由曲面、异形曲面(如锥面、柱面等)光学元件的超精密制造之中。磁流变抛光去除函数的准确性会直接影响到驻留时间的计算,进而影响面形残差的控制,因此实现去除函数精确建模与演绎是实现锥面镜高精度制造的基础。当前锥面磁流变抛光面形收敛效率低,原因在于锥面两个主曲率差异大、平均曲率变化剧烈,导致磁流变抛光去除函数畸变严重、畸变规律复杂,现有方法难以直接有效建立其去除函数模型。

目前关于去除函数建模的研究方法可以分为三大类:直接建模法、物理建模法、几何建模法。直接建模法其基本原理是采用一块同工件加工条件(材料、曲率半径)一致的样件,通过“柔性抛光头”接触样件前后的面形误差来获取去除函数特征(采斑),该过程通常对若干个去除函数

进行平均以减小相关的误差引入,是实际加工中最常用也最有效的方法,然而锥面的曲率效应复杂,无法适用于锥面上任意位置的去除函数。

物理建模法是一种基于抛光工艺参数和抛光液理化特性建立去除函数模型的方法。美国 Rochester 大学的 Shorey<sup>[6-7]</sup>认为抛光的材料去除作用主要是由于剪切力导致的,因此通过测算抛光区域的剪切力分布来建立去除函数的一维轮廓线模型。DeGroote<sup>[8-9]</sup>在研究纳米颗粒在抛光液中作用时,认为材料去除率不仅同剪切力有关,而且同材料机械性能以及抛光液的特性相关,从而建立了去除函数的峰值去除率模型。Miao<sup>[10-12]</sup>在 DeGroote 的工作上建立了剪切力、加工参数、材料机械性能以及抛光液特性共同作用的峰值去除率模型和体积去除率模型。清华大学的张云<sup>[13]</sup>等参考 Preston 经验公式,从抛光缎带与工件间的压力分布和相对速度方面对磁流变抛光理论去除函数进行了数值求解和实验。为获得去除函数三维模型,国防科技大学的石峰<sup>[14-15]</sup>采用数值迭代方法求解修正的二维 Reynolds 方程得到了抛光区域压力场、剪切应力场、速度场以及固态核心形成区域,但该方法仅仅适用于平面。对于曲面磁流变抛光而言,物理建模法的难点在于曲率效应下磁流体压力场边界的确定,磁流体抛光区域 Reynolds 方程的高效求解,以及 Preston 方程系数  $K$  的确定,且需要通过特定仪器测量理化特性参数,工艺流程复杂、成本高。现有的物理建模方法无法准确、高效地获取锥面去除函数。

几何建模法是采用几何模型构造去除函数轮廓,再根据实验采斑数据拟合获得去除函数三维轮廓的方法,其优势在于去除函数模型是直接通过实验数据仿真获得。德国 Deggendorf 应用科学大学的 Schinhaer<sup>[16-17]</sup>采用多项式对平面、凸

球面以及凹球面去除函数进行拟合建模,但该方法采用余弦曲线描述短轴轮廓线,去除函数长短轴形态控制的几何自由度低,且该方法只能恒定曲率表面的工件,并不适用于平均曲率变化剧烈的锥面。国防科技大学的宋辞<sup>[19]</sup>针对在高精光学表面磁流变加工过程中的 7 项关键参数进行分别解耦,采用实验法分别研究了单因素条件下的去除总量和单因素变量的关系;此后,宋辞<sup>[20]</sup>根据曲率半径连续变化和几何相贯关系建立了非球面磁流变抛光去除函数模型,然而这些模型仅适用于平均曲率变化较小的非球面,无法适用于锥面。通过球面逼近抛光头接触区域的方法是当前获得非球面去除函数的一种重要手段。长春理工大学的 Chen 等<sup>[21]</sup>用最小二乘法计算抛光头局部接触区域的最佳逼近球面。中物院机械制造工艺研究所的杨航<sup>[22-24]</sup>将影响磁流变抛光去除函数的非几何因素与几何因素解耦,针对平面去除函数采用几何相贯关系分别对去除函数头部和尾部建模,研究了不同浸入深度下的平面去除函数形态系数变化规律,为平面不同浸入深度下的去除函数演绎提供思路,此外还提出了从平面斑演绎获取球面斑的思路,进而对非球面的去除函数进行误差补偿,但仅适用于主曲率差异较小、平均曲率变化较小的工件,平均曲率变化剧烈时抛光缎带与工件接触形变带来的影响未作考虑。目前来看,现有的去除函数几何建模法仅适用于主曲率差异较小、平均曲率变化较缓的曲面,无法适用于锥面镜。

锥面作为一类特殊的曲面,不同于平面与低陡度曲面,其两个方向的主曲率差异巨大,母线上平均曲率变化越剧烈,无法通过单一去除函数表征;此外锥面的面形测量与加工耗时长、成本高,难以通过常规的物理建模法或实验法直接建立去除函数模型,当前鲜有锥面磁流变抛光去除函数建模与演绎的相关研究。本文分析了锥面曲率效应对磁流变抛光去除函数畸变的影响机制,研究了磁流变抛光去除函数的特征参数沿锥面母线不同位置的演变规律,建立了基准化特征参数关于锥面平均曲率的演变规律模型,最终建立了基于该演变规律模型的由平面到锥面的去除函数演绎方法,重复性采斑实验验证了锥面去除函数的演绎效果,为锥面抛光工艺提供了一种

低成本、有效的去除函数演绎策略。

## 2 锥面曲率效应对磁流变抛光去除函数的影响分析

工件表面任意位置  $(x, y)$  的材料去除量是去除函数与驻留时间的卷积,可表述为如下形式:

$$H(x, y) = \iint_{(\xi, \eta) \in \Omega} R(x - \xi, y - \eta) T(\xi, \eta) d\xi d\eta, \quad (1)$$

其中:  $\Omega$  为抛光区域,  $R(x, y)$  表示去除函数,  $T(\xi, \eta)$  表示驻留时间密度函数。由此可见去除函数的精度直接决定了修形的精度。磁流变抛光的基本原理是利用磁流变液在磁场下的流变特性,以剪切形式与代加工工件接触,形成剪切效果。磁流变去除函数是描述利用磁流变技术进行加工时,磁流变抛光缎带与工件表面接触并对工件表面材料产生的材料去除量分布情况,即单位时间内磁流变缎带对加工材料的去除量分布函数。根据 Preston 假设,去除函数与速度和压强具有如下关系:

$$R(x, y) = Kp(x, y)v(x, y), \quad (2)$$

其中:  $p(x, y)$  为垂直于该点的瞬时正压力,  $v(x, y)$  为该点处缎带相对工件表面的运动速度分布,比例系数  $K$  为与被加工材料、抛光液以及温度等工艺参数相关。图 1 为磁流变抛光斑的几何面貌和数据特征。

在平面和球面光学元件加工过程中,压力分布  $P(x, y)$  在工件任意位置的分布具有一致性,若磁流变液理化特性参数、缎带的法向浸入深度保持稳定,则其去除函数不随时间的变化而变

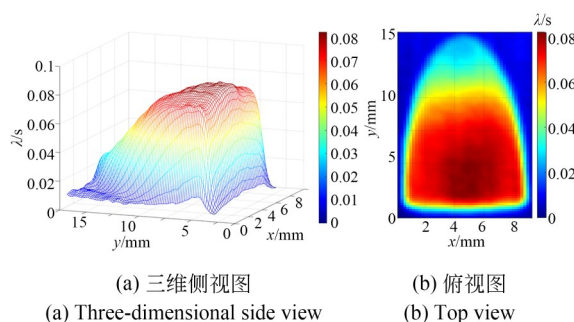


图 1 磁流变抛光去除函数

Fig. 1 MRF removal function

化,且当抛光轮相对于工件的位置姿态确定后,即使采用不同形式的遍历式抛光轨迹,只要保证磁流变抛光缎带法向切触抛光,则缎带与工件之间总是能形成恒定的几何相贯关系,从而保证去除函数的稳定性。

不同于平面、球面和一般非球面,锥面镜两个主曲率差异巨大、且沿母线上平均曲率变化越剧烈,无法通过单一去除函数来表征,在抛光锥面的过程中,材料去除量为时变去除函数与驻留时间的卷积,在不同区域位置的去除函数仍满足 Preston 方程。由于锥面镜中心为  $G^1$  不连续的极点,采用传统光栅线加工不具备可行性,只能采用类螺旋线加工方式,抛光缎带中轴线始终与锥面母线保持共面,如图 2 所示,在水平方向距  $O_c$  距离  $S$  处缎带以一定浸入深度与锥面切触,工件表面的压力场  $p(x, y; S)$  和速度场  $v(x, y; S)$  满足如下 Reynolds 方程:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 6v \frac{\partial h}{\partial y}, \quad (3)$$

其中:  $\mu$  为磁流变抛光液的黏度,  $h = h(x, y; S)$  为抛光轮与锥面的间距。

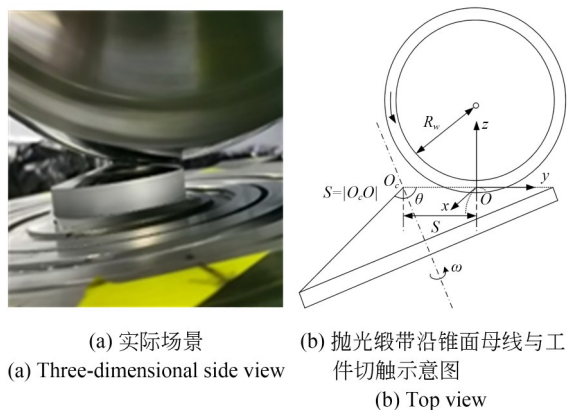


图 2 锥面镜磁流变抛光示意图

Fig. 2 Diagram of conical MRF

对于锥面而言,抛光轮与工件的间距  $h(x, y; S)$  沿  $x$  方向两侧递增,且当  $x \neq 0$  时,  $h(x, y; S)$  随  $y$  减小而增大。当切触位置接近锥顶  $O_c$  时,磁流变抛光缎带与锥面镜的相贯区域面积减小,在  $x$  方向的相贯线长度逐渐减小,去除函数宽度变小;而当切触位置接近锥顶  $O_c$  时,参与抛光的磁流体与工件的实际接触面积变小,压

力场边界会逐渐收缩,去除函数长度也会减小。随着距  $O_c$  距离  $S$  的变化,由于流道几何形态的畸变,  $p(x, y; S)$  和  $v(x, y; S)$  会发生非线性畸变,切触区域的轮廓尺寸也会发生复杂畸变。采用传统的局部球面近似法进行锥面去除函数建模会造成较大误差,而采用物理建模法难以确定压力场边界、速度场的变化规律,且 Preston 方程系数  $K(x, y; S)$  并非常数,而是复杂的梯度分布<sup>[25]</sup>,因此无法准确、有效地获取锥面任意位置的去除函数。

### 3 锥镜磁流变抛光去除函数特征参数规律建模与演绎

#### 3.1 锥面磁流变抛光去除函数获取与特征参数的演变规律建模

磁流变抛光斑的长、宽、峰去除率和体去除率是描述去除能力的特征参数,磁流变抛光缎带与锥面的切触区域沿母线时刻发生改变,切触区域与抛光轮磁场之间的位置关系也在发生改变,由于锥面几何性质与流场物理性质复杂,通过传统的物理建模法或几何法获得锥面不同位置的磁流变抛光去除函数演变规律难度较大。本研究以一定浸入深度和采斑时间分别在锥面镜和平面镜上获取抛光斑,最终得到沿母线不同位置下的抛光斑分布,并建立锥面去除函数基准化特征参数沿锥面母线的演变规律模型。

在一定工况下,通过沿锥镜轴线回转的方式,保持锥面母线水平并以一定的径向间隔采集磁流变抛光去除函数,同时采集该工况下的平面去除函数作为基准。由于锥面中心为  $G^1$  不连续的极点,抛光缎带与中心附近区域切触时将发生严重分叉变形,锥面加工通常不考虑锥尖区域附近的面形,该区域宽度与去除函数尺寸有关,因此从距锥尖大约一个平面斑长的位置开始采斑。由于锥面采斑件的面形误差较大,若采斑时间短,则难以获得清晰的抛光斑,因此需要在较长的采斑时间  $t_0$  下获得了沿母线不同位置处的抛光斑(这里取  $t_0 = 60$  s),通过高速非接触式面形测量仪器获取采斑前后面形,采用双拮抗神经元机制提取抛光斑的方法<sup>[26]</sup>提取去除函数。

对沿母线距锥尖不同位置  $S_i$  的去除函数特征参数(包括长  $L_i$ 、宽  $W_i$ 、峰去除率  $PRR_i$  和体去除率  $VRR_i$ )进行基准化处理,以平面去除函数的特征参数(长  $L_p$ 、宽  $W_p$ 、峰去除率  $PRR_p$  和体去除率  $VRR_p$ )作为基准,每个锥面去除函数的基准化特征参数为:

$$\begin{aligned}\varphi_L^i &= \frac{L_i}{L_p}, \varphi_W^i = \frac{W_i}{W_p}, \\ \varphi_{PRR}^i &= \frac{PRR_i}{PRR_p}, \varphi_{VRR}^i = \frac{VRR_i}{VRR_p},\end{aligned}\quad (4)$$

若锥面的顶角为  $\theta$ ,计算沿母线距锥尖  $S_i$  处的平均曲率  $\kappa_i = \cot(\theta/2)/S_i$ 。平面去除函数可以认为是沿母线距离锥尖无限远处的去除函数,其平均曲率为 0。通过三次 Hermit 样条插值函数进行拟合建立每种基准化特征参数与平均曲率  $\kappa$  的关系,以体去除率为例,第  $i$  个区间基准化演变规律曲线表达式如下:

$$\varphi_{VRR}(\kappa) = \sum_{m=0}^3 a_m^i (\kappa - \kappa_i)^m, \kappa \in [\kappa_i, \kappa_{i+1}], \quad (5)$$

其中,  $i = 1, 2, \dots, N$ ,  $N$  为平均曲率的区间个数,  $a_m^i$  为第  $i$  个区间的规律曲线系数。采用类似操作,可计算其他基准化特征参数随  $\kappa$  的变化规律曲线。

根据 Preston 假设,针对去除函数特征参数的基准化处理,排除了非几何的工况因素(如材料和抛光液的理化特性参数、温度等)对磁流变抛光去除函数的影响,可以获得了给定浸入深度下,该型号锥面镜母线不同位置处去除函数特征的变化规律。

### 3.2 平面到锥面的磁流变抛光去除函数演绎方法

本节设计基于锥面镜去除函数特征参数变化规律的去除函数演绎方法,在实际工况下实现由平面去除函数到锥面去除函数的预测。

在实际加工中,考虑到时间和经济成本,并不会每次重新获取锥面镜去除函数,因此需要进行由平面去除函数到锥面去除函数的演绎。在相同且稳定的工况下,采用相同的缎带浸入深度,根据 Preston 假设,平面去除函数与该型号锥面镜去除函数之间存在着固定的关系,则有:

$$\frac{\Gamma_{t_0}^c}{\Gamma_{t_0}^p} = \frac{\Gamma_{t_1}^c}{\Gamma_{t_1}^p} = \varphi(\kappa), \quad (6)$$

其中: $c$  表示锥面镜, $p$  表示平面镜, $\Gamma$  表示去除函

数特征参数, $\kappa$  表示采斑编程位置处的平均曲率,  $t_0, t_1$  分别表示两种不同采斑时间。2.1 节为获得清晰的锥面去除函数,  $t_0$  较大。实际加工中,在平面上进行去除函数获取,为便于干涉仪有效测量,采斑时间  $t_1$  不宜过长,通常定为  $t_1 = 3\text{ s}$ ,因此,基于上述规律提出了一种锥面去除函数演绎方法。通过式(6)可建立同工况下的去除函数在平面与锥面之间的演绎关系。若  $\Gamma_{t_1}^{p'}$  为与建立演绎规律时同工况的平面去除函数的某项特征参数,则沿母线距离锥尖  $S$  处的锥面去除函数的对应特征参数  $\Gamma_{t_1}^{c'}$  为:

$$\Gamma_{t_1}^{c'} = \frac{\Gamma_{t_0}^c}{\Gamma_{t_0}^p} \Gamma_{t_1}^{p'} = \varphi(\kappa) \Gamma_{t_1}^{p'}. \quad (7)$$

在面形控制求解中,去除函数的三维分布是驻留时间计算的基础,需要在当前工况下的平面斑的基础上演绎锥面去除函数。体去除率与斑尺寸是决定去除函数效率的关键因素,峰去除率与体去除率呈一定正相关的非线性关系,但两者的规律存在一定差异。为综合考虑四大特征参数畸变规律对去除函数的影响,同时便于计算,本文通过去除函数长、宽的基准化演变规律获得演绎去除函数的长和宽,再以体去除率、峰去除率与演变规律理论值的差异作为综合目标进行优化获得最优的去除率调控系数,从而演绎锥面任意位置的去除函数。

记去除函数长、宽的基准化演变规律分别为  $\varphi_L(\kappa), \varphi_W(\kappa)$ ,设当前工况下采集的平面斑矩阵为  $R_p$ ,矩阵规模为  $N_x \times N_y$ ,斑长为  $L_p$ ,斑宽为  $W_p$ ,获得距离锥尖  $S$  处的锥面去除函数的长  $L_c$  和宽  $W_c$ :

$$\begin{aligned}L_c &= \varphi_L(\kappa) L_p \\ W_c &= \varphi_W(\kappa) W_p.\end{aligned}\quad (8)$$

当前平面抛光斑  $R_p$  矩阵像素单元大小为:

$$Pixel_x^p = \frac{L_p}{N_x}, Pixel_y^p = \frac{W_p}{N_y}. \quad (9)$$

演绎斑的矩阵像素单元大小取为:

$$Pixel_x^c = \frac{L_c}{N_x}, Pixel_y^c = \frac{W_c}{N_y}. \quad (10)$$

由此,通过控制去除函数矩阵的分辨率,获得了演绎去除函数的长和宽。

设当前工况下的平面斑的体去除率  $VRR_p$ 、峰去除率  $PRR_p$ ,根据体去除率基准化演变规律

$\varphi_{VRR}(\kappa)$ 、峰去除率的基准化演变规律  $\varphi_{PRR}(\kappa)$ , 可计算平均曲率  $\kappa$  处的理论体去除率  $VRR_c^*$ 、峰去除率  $PRR_c^*$

$$\begin{aligned} VRR_c^* &= \varphi_{VRR}(\kappa) VRR_p \\ PRR_c^* &= \varphi_{PRR}(\kappa) PRR_p \end{aligned} \quad (11)$$

由于理论的体去除率、峰去除率的演变规律存在差异, 为兼顾两者的演绎误差, 采用协同优化的方法确定去除率调控系数  $\alpha$ 。平均曲率  $\kappa$  处任一像素点位置  $(m, n)$  的去除率大小为:

$$R_c(m, n; \kappa) = R_p(m, n) \frac{\alpha L_p W_p}{L_c W_c} \varphi_{VRR}(\kappa). \quad (12)$$

由式(8), 平均曲率  $\kappa$  处演绎去除函数矩阵可写成:

$$R_c(m, n; \kappa) = R_p(m, n) \frac{\alpha \varphi_{VRR}(\kappa)}{\varphi_L(\kappa) \varphi_w(\kappa)}, \quad (13)$$

其中:  $m = 1, 2, \dots, N_x, n = 1, 2, \dots, N_y$ 。值得注意的是, 当  $\alpha = 1$  时, 则表示去除函数的调控依赖于体去除率和长宽的演变规律, 不考虑峰去除率的演变规律。体去除率演绎值与理论值的相对差异  $D_V$  为:

$$D_V(\alpha) = |1 - \alpha|. \quad (14)$$

峰去除率演绎值与理论值的相对差异  $D_P$  为:

$$D_P(\alpha) = \left| 1 - \frac{\alpha \varphi_{VRR}(\kappa)}{\varphi_L(\kappa) \varphi_w(\kappa) \varphi_{PRR}(\kappa)} \right|. \quad (15)$$

设体去除率差异项的权重因子为  $w \in [0, 1]$ , 通过协同优化以下目标函数确定去除率的调控系数  $\alpha$ :

$$\min_{\alpha} F(\alpha) = \min_{\alpha} \max \{ w D_V(\alpha), (1 - w) D_P(\alpha) \}. \quad (16)$$

通过数形结合的方法解得去除率调控系数为:

$$\alpha = \frac{1}{\eta - w\eta + w}, \quad (17)$$

其中,  $\eta = \frac{\varphi_{VRR}(\kappa)}{\varphi_L(\kappa) \varphi_w(\kappa) \varphi_{PRR}(\kappa)}$ 。

将  $\alpha$  值代入式(13), 即可演绎获得锥面任意位置处的去除函数分布, 式(10)给出了演绎去除函数矩阵的像素单元大小。

此方法通过改变像素单元大小和去除率的调控系数实现去除函数的三维轮廓控制, 演绎后的锥面去除函数矩阵规模与当前工况下采集

的平面斑一致, 仍为  $N_x \times N_y$ , 但演绎去除函数矩阵的像素单元大小随  $\kappa$  发生变化, 通过像素单元的调控使得演绎去除函数长宽达到理论值。

在锥面抛光工艺求解中可以直接根据以上的演绎方法计算驻留点  $P_i$  处去除函数对工件面形控制点  $Q_i$  的去除率, 具体步骤如下: 首先根据  $P_i$  坐标计算驻留点的平均曲率  $\kappa$ ; 然后根据式(8)、式(10)计算  $Pixel_x^c, Pixel_y^c$ ; 再确定  $Q_i$  在去除函数矩阵中像素单元行列号  $(m^*, n^*)$ ; 根据式(13)、式(17)可以得到  $P_i$  处去除函数对  $Q_i$  处的去除率  $r_{ji} = R_c(m^*, n^*; \kappa)$ 。最终得到驻留点对面形控制点的去除率矩阵  $R = (r_{ji})$ 。

本方法建立了磁流变抛光去除函数基准化特征参数与锥面平均曲率的解析规律, 将去除函数长宽、体去除率、峰去除率的演变规律综合纳入了去除函数演绎之中, 更为全面地反映了锥面曲率效应下去除函数的畸变特性, 同时避免了现有物理或几何法中涉及到的理化特性参数测量以及复杂的方程求解与拟合等过程, 计算效率高、实用性强, 演绎流程如图3所示。

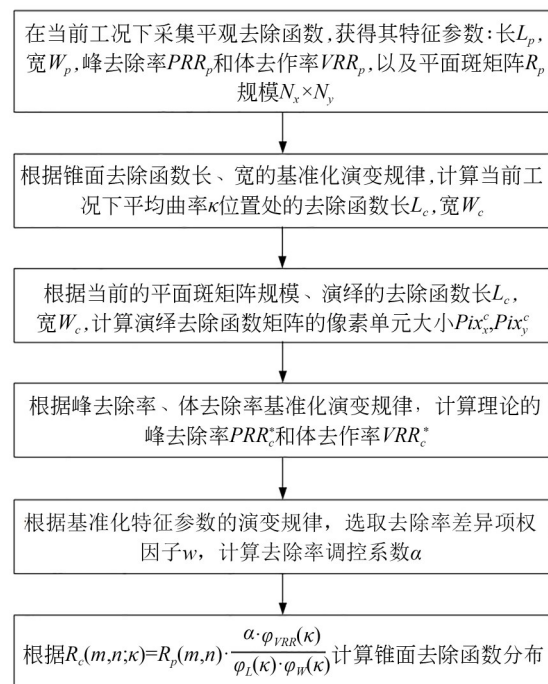


图3 锥面磁流变抛光去除函数演绎流程图

Fig. 3 Flowchart of conical MRF removal function deduction

4 实验与分析

本节首先通过锥面和平面去除函数采集实验获取锥面去除函数特征参数随锥面平均曲率的演变规律并进行分析,并在另一块同型锥面镜

的采斑实验中,运用该规律验证了锥面去除函数演绎算法并进行了对比分析。

实验选取一块  $\Phi 80\text{ mm}$ 、顶角为  $160^\circ$  的锥面镜作为采斑件,材料为熔石英玻璃,采斑时磁流变抛光机床参数及工艺参数如表 1 所示。

表 1 磁流变抛光机床参数及工艺参数  
Tab. 1 Parameters of the machine tool and magnetorheological finishing

| 轮径/mm | 转速/( $\text{r}\cdot\text{min}^{-1}$ ) | 抛光粉类型 | 水分/(%) | 温度/ $^\circ\text{C}$ | 浸入深度/mm |
|-------|---------------------------------------|-------|--------|----------------------|---------|
| 300   | 120                                   | 氧化铈   | 13.87  | 20                   | 0.3     |

由于锥面镜的磁流变抛光只能采用类螺旋线方式进行加工,且锥面镜母线与抛光缎带中轴线始终保持共面,为了便于计算,实验时控制抛光缎带最低点沿母线方向与锥面镜顶点间的距离(实际加工时保持母线水平,机床 X 轴的进给沿锥面母线方向)。锥面面形误差通常较大,若采斑时间较短,缎带边缘位置处切触效果较弱,难以清晰获得锥面去除函数的整体形态,会对去除函数的精确提取造成困难,因此本文以

60 s 的浸入时间进行了研究。另外,本次实验对平面分别采集了 60 s 平面斑与 3 s 平面斑,特征参数对比如下表 2 所示,结果显示两种采斑时间下的去除函数具有高度一致性,验证了 3.2 节中关于利用 60 s 斑演绎 3 s 斑的理论可行性。验证抛光斑形态提取结果如图 4 所示。抛光斑具体形态参数如表 3 所示(由于存在初始面形影响,编号为 10 和 11 的抛光斑误差较大,已舍去)。

表 2 两种采斑时间下平面去除函数特征参数对比  
Tab. 2 Comparison of featured parameters of plane removal function for 3 s and 60 s

| 采斑时间  | 斑长 $L/\text{mm}$ | 斑宽 $W/\text{mm}$ | 峰去除率 $PRR/(\lambda\cdot\text{s}^{-1})$ | 体去除率 $VRR/(\text{mm}^3\cdot\text{min}^{-1})$ |
|-------|------------------|------------------|----------------------------------------|----------------------------------------------|
| 3 s   | 15.33            | 8.24             | 0.105 99                               | 0.230 65                                     |
| 60 s  | 15.60            | 8.14             | 0.100 26                               | 0.215 88                                     |
| 误差(%) | 1.73             | 1.22             | 5.72                                   | 6.84                                         |

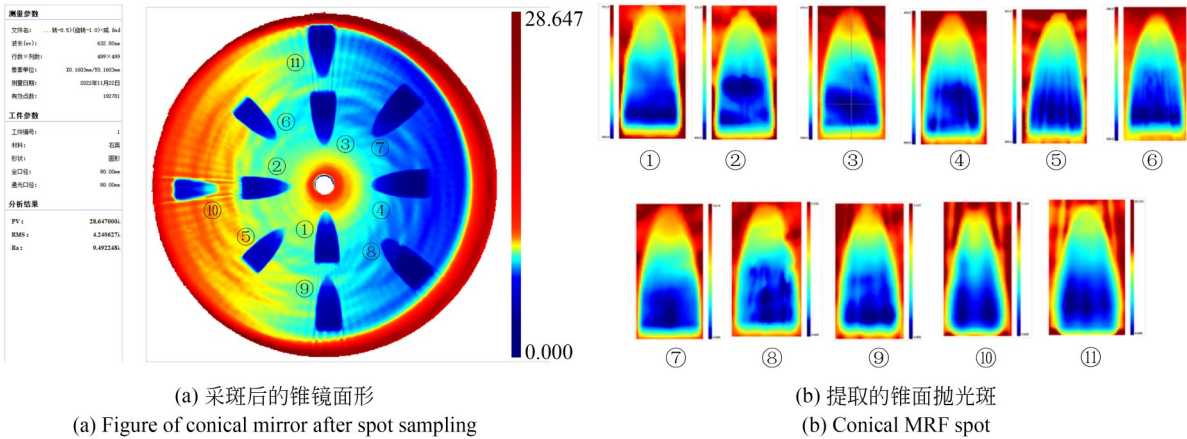


图 4 沿母线不同位置处的锥面镜采斑结果

Fig. 4 Spot sampling results of conical mirror at different positions along the conical generatrix

表 3 采集的抛光斑的特征参数

Tab. 3 Characteristic parameters of MRF spots sampled

| 编号 | 距离 $S/\text{mm}$ | 斑长 $L/\text{mm}$ | 斑宽 $W/\text{mm}$ | 峰去除率 $PRR/(\lambda \cdot \text{s}^{-1})$ | 体去除率 $VRR/(\text{mm}^3 \cdot \text{min}^{-1})$ |
|----|------------------|------------------|------------------|------------------------------------------|------------------------------------------------|
| 1  | 17               | 12.58            | 6.12             | 0.087 23                                 | 0.129 22                                       |
| 2  | 19               | 13.28            | 6.30             | 0.090 40                                 | 0.142 27                                       |
| 3  | 21               | 13.36            | 6.61             | 0.094 26                                 | 0.165 03                                       |
| 4  | 23               | 13.68            | 6.82             | 0.097 77                                 | 0.186 36                                       |
| 5  | 25               | 13.55            | 6.68             | 0.095 37                                 | 0.174 68                                       |
| 6  | 27               | 13.59            | 6.71             | 0.096 63                                 | 0.176 52                                       |
| 7  | 29               | 13.96            | 6.87             | 0.098 62                                 | 0.189 54                                       |
| 8  | 31               | 14.03            | 6.95             | 0.099 59                                 | 0.194 97                                       |
| 9  | 33               | 14.06            | 7.12             | 0.102 04                                 | 0.196 11                                       |
| 平面 | —                | 15.33            | 8.24             | 0.105 99                                 | 0.230 65                                       |

由于 4 号数据处初始面形跨度较大,对提取去除函数的精度存在一定影响,在数据处理时暂未考虑。锥面平均曲率  $\kappa$  与锥尖距离  $S$  的关系如图 5 所示,去除函数的长、宽、峰去除率、体去除率与锥面平均曲率的关系如图 6 所示。从图 6 中可以看出,当平均曲率绝对值减小时(远离锥尖位置),去除函数的长、宽、峰去除率与体去除率都整体表现为上升趋势,且锥面镜抛光斑参数均小于同等工艺状态下的平面斑参数,这些结果与第 2 节的理论分析保持一致。另外锥面斑相对于平面斑,长、宽、峰去除率与体去除率的最大变化幅度分别为 17.9%,25.7%,17.7%,43.9%。体去除率是去除函数重要特征参数,畸变情况最为明显,也说明了锥面镜去除函数演绎的必要性。

针对另一块同型锥面镜在相同工况下进行了重复性采斑实验,以一中间区域  $S=18\text{ mm}$ ,  $S=24\text{ mm}$  及  $S=30\text{ mm}$  处的抛光斑为

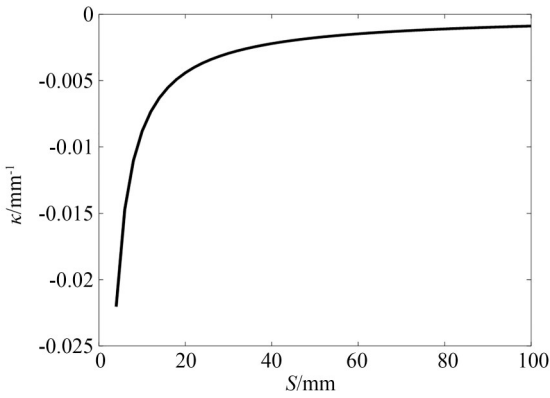
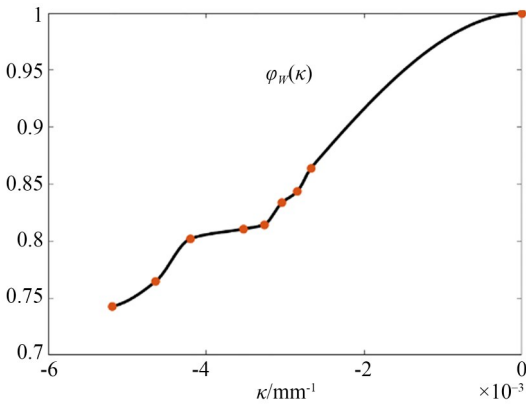
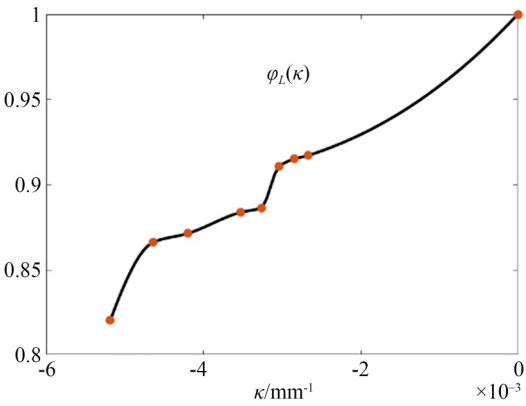


图 5 锥面母线距离  $S$  与锥面平均曲率  $\kappa$  关系

Fig. 5 Relationship between the distance  $S$  along the conical generatrix and the mean curvature  $\kappa$

例。考虑到体去除率的畸变较明显,对演绎结果的影响大,将体去除率差异项的权重因子取为  $w=0.9$ 。表 4~表 6 给出了平面斑特征参数、演绎特征参数与实际特征参数,图 7~图 9 为不同位



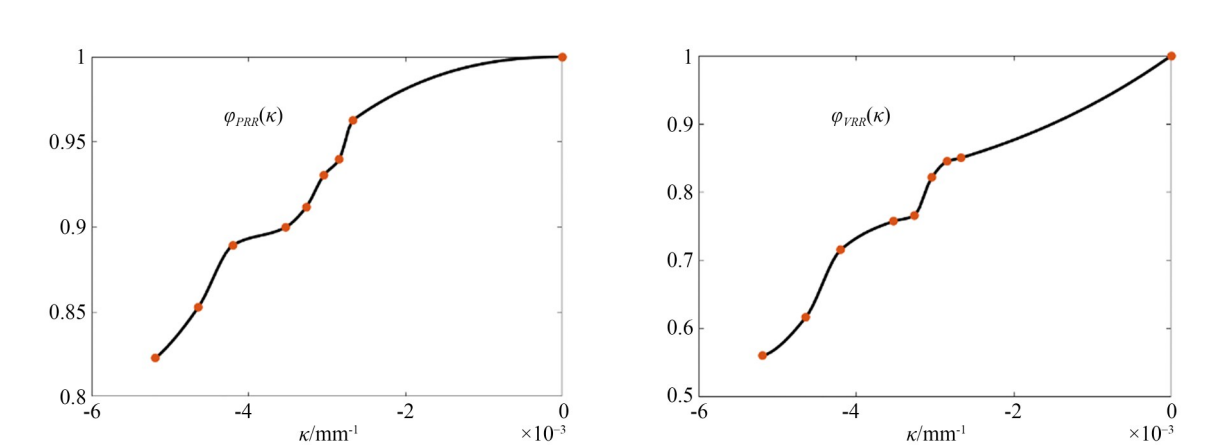


图 6 基准化特征参数关于平均曲率  $\kappa$  的演变规律曲线

Fig. 6 Evolution law curve of the normalized characteristic parameters with the mean curvature  $\kappa$

表 4  $S = 18\text{ mm}$  处锥面磁流变抛光去除函数演绎与实际参数对比

Tab. 4 Comparison of deducted and actual parameters of removal function of conical magnetorheological finishing for  $S = 18\text{ mm}$

| 类别     | 斑长 $L/\text{mm}$ | 斑宽 $W/\text{mm}$ | 峰去除率 $PRR/(\lambda \cdot \text{s}^{-1})$ | 体去除率 $VRR/(\text{mm}^3 \cdot \text{min}^{-1})$ |
|--------|------------------|------------------|------------------------------------------|------------------------------------------------|
| 平面斑    | 15.40            | 8.66             | 0.108 03                                 | 0.248 45                                       |
| 演绎斑    | 13.03            | 6.62             | 0.088 93                                 | 0.135 72                                       |
| 实际斑    | 13.58            | 7.12             | 0.097 52                                 | 0.154 27                                       |
| 误差 (%) | 4.05             | 7.02             | 8.81                                     | 12.02                                          |

表 5  $S = 24\text{ mm}$  处锥面磁流变抛光去除函数演绎与实际参数对比

Tab. 5 Comparison of deducted and actual parameters of removal function of conical magnetorheological finishing for  $S = 24\text{ mm}$

| 类别     | 斑长 $L/\text{mm}$ | 斑宽 $W/\text{mm}$ | 峰去除率 $PRR/(\lambda \cdot \text{s}^{-1})$ | 体去除率 $VRR/(\text{mm}^3 \cdot \text{min}^{-1})$ |
|--------|------------------|------------------|------------------------------------------|------------------------------------------------|
| 平面斑    | 15.40            | 8.66             | 0.108 03                                 | 0.248 45                                       |
| 演绎斑    | 13.62            | 7.04             | 0.101 03                                 | 0.180 63                                       |
| 实际斑    | 14.08            | 7.42             | 0.093 60                                 | 0.164 50                                       |
| 误差 (%) | 3.27             | 5.12             | 7.94                                     | 9.81                                           |

表 6  $S = 30\text{ mm}$  处锥面磁流变抛光去除函数演绎与实际参数对比

Tab. 6 Comparison of deductive and actual parameters of removal function of conical magnetorheological finishing for  $S = 30\text{ mm}$

| 类别     | 斑长 $L/\text{mm}$ | 斑宽 $W/\text{mm}$ | 峰去除率 $PRR/(\lambda \cdot \text{s}^{-1})$ | 体去除率 $VRR/(\text{mm}^3 \cdot \text{min}^{-1})$ |
|--------|------------------|------------------|------------------------------------------|------------------------------------------------|
| 平面斑    | 15.40            | 8.66             | 0.108 03                                 | 0.248 45                                       |
| 演绎斑    | 14.12            | 7.31             | 0.102 54                                 | 0.203 64                                       |
| 实际斑    | 13.63            | 7.65             | 0.105 93                                 | 0.189 54                                       |
| 误差 (%) | 3.60             | 4.44             | 3.20                                     | 7.43                                           |

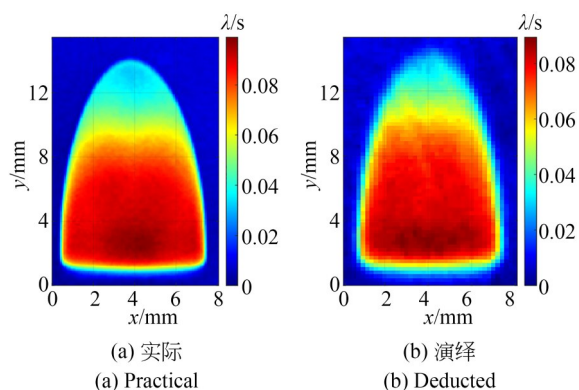
图 7  $S = 18$  mm 处实际与演绎锥面去除函数对比

Fig. 7 Contrast of the practical and deduced conical removal functions for  $S = 18$  mm

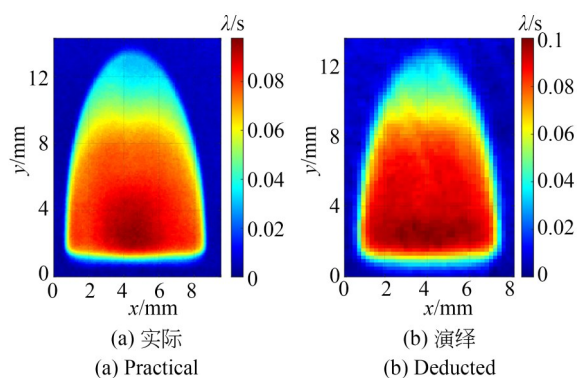
图 8  $S = 24$  mm 处实际与演绎锥面去除函数对比

Fig. 8 Contrast of the practical and deduced conical removal functions for  $S = 24$  mm

置处锥面实际去除函数与演绎去除函数对比。

实际测量时由于测量仪器不同,像素单元大小不同,抛光斑矩阵大小存在差异。本次锥面去除函数演绎验证实验中,采用激光干涉仪测量获得的平面去除函数的像素单元尺寸为: $X0.196\ 9$  mm/ $Y0.199\ 2$  mm,采用高速非接触式面形测量仪测量获得的锥面去除函数的像素单元尺寸为: $X0.161\ 0$  mm/ $Y0.161\ 3$  mm。由锥面去除函数演绎与实际结果对比可知,演绎模型的各项参数

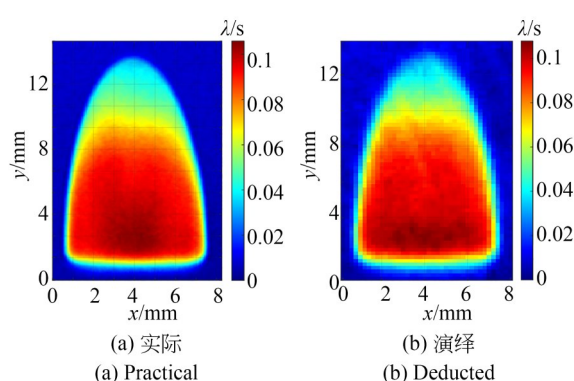
图 9  $S = 30$  mm 处实际与演绎锥面去除函数对比

Fig. 9 Contrast of the practical and deduced conical removal functions for  $S = 30$  mm

误差为 3.20%~12.02%,证明该锥面去除函数演绎方法具有较强的适用性。

## 5 结 论

锥面镜两个主曲率差异较大,且沿母线方向平均曲率变化剧烈,导致磁流变抛光去除函数畸变严重且规律复杂,难以通过常规的物理建模法或几何建模法直接建立其去除函数模型。本方法建立了磁流变抛光去除函数基准化特征参数与锥面平均曲率的解析规律,将去除函数长和宽、体去除率、峰去除率的演变规律综合纳入了去除函数演绎之中,建立了相同工况下由平面到锥面去除函数演绎方法。该方法更全面地反映了锥面曲率效应下去除函数的畸变特性,同时避免了现有物理或几何法中涉及到的理化特性参数测量以及复杂的方程求解与拟合等过程,计算效率高、实用性强,为实际工况下锥面去除函数演绎提供一种低成本、有效方法。重复性采斑实验结果显示锥面去除函数特征参数的演绎误差为 3.20%~12.02%,表明了该演绎方法具有较强的适用性。

## 参考文献:

- [1] 李佳慧,侯溪,张云,等. 弹性发射光学制造技术研究进展[J]. 中国光学, 2021, 14(5): 1089-1103.  
LI J H, HOU X, ZHANG Y, *et al.* Research progress of elastic emission machining in optical manufacturing[J]. *Chinese Journal of Optics*, 2021, 14(5):

1089-1103. (in Chinese)

- [2] 张韬,何建国,黄文,等. 机械轴与虚拟轴复合的磁流变抛光[J]. 光学精密工程, 2021, 29(2): 286-296.  
ZHANG T, HE J G, HUANG W, *et al.* Magneto-rheological finishing method that combines mechanical and virtual axes [J]. *Opt. Precision Eng.*,

- 2021, 29(2): 286-296. (in Chinese)
- [3] 计鸣, 杜学山, 陈国达, 等. 确定性抛光综述[J]. 航空精密制造技术, 2010, 46(6): 1-5, 12.  
J I S M, DU X S, CHEN G D, *et al.* Review on deterministic polishing[J]. *Aviation Precision Manufacturing Technology*, 2010, 46(6): 1-5, 12. (in Chinese)
- [4] 王嘉琪, 肖强. 磁流变抛光技术的研究进展[J]. 表面技术, 2019, 48(10): 317-328.  
WANG J Q, XIAO Q. Research progress of magnetorheological polishing technology [J]. *Surface Technology*, 2019, 48(10): 317-328. (in Chinese)
- [5] 袁胜豪, 张云飞, 余家欣, 等. 磁流变抛光中表面彗尾状缺陷的生成与演变行为[J]. 光学精密工程, 2021, 29(4): 740-748.  
YUAN S H, ZHANG Y F, YU J X, *et al.* Formation and evolution behavior of comet-tail defects in magnetorheological finishing [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2021, 29(4): 740-748. (in Chinese)
- [6] SHOREY A B. Mechanisms of the Material Removal in Magnetorheological Finishing (MRF) of Glass[D]. New York: Dissertation of University of Rochester, 2000.
- [7] SHOREY AB, JACOBS SD, KORDONSKI WI, *et al.* Understanding the mechanism of glass removal in magnetorheological finishing (MRF)[J]. *LLE Review*, 2000.
- [8] DEGROOTE J E. Surface Interactions between Nanodiamonds and Glass in Magneto-rheological Finishing (MRF) [D]. New York: Dissertation of University of Rochester, 2007.
- [9] DEGROOTE J E, MARINO A E, WILSON J P, *et al.* Removal rate model for magnetorheological finishing of glass [J]. *Applied Optics*, 2007, 46(32): 7927.
- [10] MIAO C L, SHAFRIR S N, LAMBROPOULOS J C, *et al.* Shear stress in magnetorheological finishing for glasses[J]. *Applied Optics*, 2009, 48(13): 2585.
- [11] MIAO C. Frictional Forces in Material Removal for Glasses and Ceramics Using Magnetorheological Finishing[D]. New York: Dissertation of University of Rochester, 2009.
- [12] MIAO C L, SHAFRIR S N, LAMBROPOULOS J C, *et al.* Normal force and drag force in magnetorheological finishing [C]. *SPIE Proceedings, Optical Manufacturing and Testing VIII*. San Diego, CA. SPIE, 2009: 104-113.
- [13] 张云, 冯之敬, 赵广木. 磁流变抛光工具及其去除函数[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2004, 44(2): 190-193.  
ZHANG Y, FENG Z J, ZHAO G M. Magneto-rheological finishing tool and removal function[J]. *Journal of Tsinghua University (Science and Technology)*, 2004, 44(2): 190-193. (in Chinese)
- [14] 石峰, 戴一帆, 彭小强, 等. 纳米金刚石磨料磁流变抛光材料去除机理与工艺研究[J]. 国防科技大学学报, 2009, 31(4): 25-30.  
SHI F, DAI Y F, PENG X Q, *et al.* Study on the mechanism and arts of magnetorheological finishing (MRF) by nano-sized diamond abrasives [J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2009, 31(4): 25-30. (in Chinese)
- [15] 石峰, 戴一帆, 彭小强, 等. 磁流变抛光过程的材料去除三维模型[J]. 中国机械工程, 2009, 20(6): 644-648.  
SHI F, DAI Y F, PENG X Q, *et al.* Three-dimensional material removal model of magnetorheological finishing(MRF)[J]. *China Mechanical Engineering*, 2009, 20(6): 644-648. (in Chinese)
- [16] SCHINHAERL M, SMITH G, STAMP R, *et al.* Mathematical modelling of influence functions in computer-controlled polishing: part I [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2008, 32(12): 2888-2906.
- [17] SCHINHAERL M, SMITH G, STAMP R, *et al.* Mathematical modelling of influence functions in computer-controlled polishing: part II [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2008, 32(12): 2907-2924.
- [18] ZHANG F D, ZHANG X J, YU J C. Mathematics Model of Magnetorheological finishing[C]. *Advanced Optical Manufacturing and Testing Technology 2000, SPIE Proceedings. Chengdu, China*. SPIE, 2000: 490-497.
- [19] SHI F, DAI Y F, PENG X Q, *et al.* Magnetorheological finishing for high-precision optical surface [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2009, 17(8): 1859-1864.
- [20] 宋辞. 离轴非球面光学零件磁流变抛光关键技术研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2014.  
SONG C. *Study on the Key Techniques of Magnetorheological Finishing for Off-axis Aspheric Opti-*

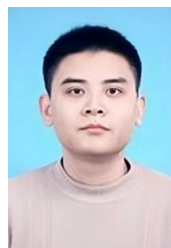
- cal Elements* [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2014. (in Chinese)
- [21] CHEN X H, ZHONG B, WANG J, *et al.* Distortion of removal function based on the local asphericity of aspheric surface and the viscoelasticity of polishing tool in computer-controlled optical surfacing [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2018, 232(7): 1135-1145.
- [22] 杨航, 何建国, 黄文, 等. 磁流变抛光去除函数获取的微分解耦方法[J]. *强激光与粒子束*, 2015, 27(8): 082005.
- YANG H, HE J G, HUANG W, *et al.* Differential decoupling method employed in MRF spotting process [J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2015, 27(8): 082005. (in Chinese)
- [23] 杨航, 赵功, 贾阳, 等. 磁流变抛光曲率效应的量化评价方法[J]. *激光与红外*, 2021, 51(11): 1512-1518.
- YANG H, ZHAO G, JIA Y, *et al.* A quantitative evaluation method for curvature effect of magnetorheological finishing [J]. *Laser & Infrared*, 2021, 51(11): 1512-1518. (in Chinese)
- [24] YANG H, ZHANG Q, ZHU Z L, *et al.* Dynamic approximation method for removal function size in magnetorheological finishing [J]. *Optical Engineering*, 2019, 58(9): 095103.
- [25] KORDONSKI W, GORODKIN S. Material removal in magnetorheological finishing of optics[J]. *Applied Optics*, 2011, 50(14): 1984.
- [26] 张云飞, 房彪, 周涛, 等. 一种磁流变抛光斑提取方法: CN110136215A[P]. 20190816: 621000.
- ZHANG Y F, FANG B, ZHOU T, *et al.* Magnetorheological polishing spot extraction method: CN110136215A [P]. 20190816: 621000. (in Chinese)

#### 作者简介:



杨 军(1996—),男,四川绵阳,硕士研究生,2018年毕业于西安交通大学,研究方向为超精密加工与测量。  
E-mail: 18292067161@163.com

#### 通讯作者:



樊 炜(1983—),男,副研究员,硕士生导师,2007年于华中科技大学获得学士学位,2012年于中国科学院数学与系统科学研究院获得博士学位,主要研究方向为复杂曲面数字化制造、超精密加工与测量。  
E-mail: weifan1127@hust.edu.cn