

文章编号 1004-924X(2023)24-3549-10

## 经纬仪最佳一致逼近多项式速度实时求解

赵立荣<sup>1</sup>, 袁光福<sup>2\*</sup>, 吴冬<sup>1</sup>, 高群<sup>1</sup>, 王潇洵<sup>1</sup>

(1. 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033;

2. 中国人民解放军 95859 部队, 甘肃 酒泉 735000)

**摘要:** 利用经纬仪进行速度实时求解, 一直是测控领域难题, 为了提高经纬仪求解速度的实时性及高精度, 激光测距光电经纬仪, 在反复实验中, 提出了一种最佳一致逼近多项式速度求解方法, 即保证了速度实时性又保证了速度的精度。首先, 利用单站经纬仪加激光测距获得目标空间位置, 对激光测距信息采用改进的最小二乘法进行拟合滤波; 然后根据求解速度模型, 计算速度初值; 在采用多项式逼近速度真值时, 采用常规的表达形式会产生很大的计算误差, 为了减少计算误差, 多项式采用三次切比雪夫多项式组合的方式获得最佳一致逼近多项式计算速度函数; 最佳一致逼近多项式速度函数使用三次有限差分方法识别速度野值, 获得实时、高精度的目标速度值。激光测距经纬仪测速的指标包括实时性(延时  $< 100$  ms)和精度(误差  $< 1$  m/s)两个指标, 把加载在无人机上的较高精度 GPS 的测速值作为对比值, 采用多种算法计算目标速度, 实验结果表明: 高斯函数方法速度实时性好, 但测量速度精度  $> 1.5$  m/s; 卡尔曼方法求速度精度很好, 但是因为用了大量的历史数据, 速度值滞后; 本文最佳一致逼近多项式法计算得到的速度, 实时性好, 延时 50 ms; 速度精度均方差为 0.8 m/s, 满足设备的指标要求。

**关键词:** 最佳一致逼近速度求解; 高斯速度求解; 卡尔曼滤波速度求解; 有限差分法

**中图分类号:** TP391 **文献标识码:** A **doi:** 10.37188/OPE.20233124.3549

## Real-time solution of optimal uniform approximation polynomial velocity for theodolite

ZHAO Lirong<sup>1</sup>, YUAN Guangfu<sup>2\*</sup>, WU Dong<sup>1</sup>, GAO Qun<sup>1</sup>, WANG Xiaoxun<sup>1</sup>

(1. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences;  
Changchun 130033, China;

2. Unit 95859 of PLA, Jiuquan 735000, China)

\* Corresponding author, E-mail: 670230520@qq.com

**Abstract:** The use of a theodolite for real-time velocity calculation has always been a challenge in the field of measurement and control. To improve the real time and high accuracy of theodolite solutions, the laser ranging optoelectronic theodolite project has proposed an optimal uniform approximation polynomial velocity solution method through repeated experiments, which ensures both real-time and accurate velocity. First, a single station theodolite and laser ranging are used to obtain the spatial position of the target, and an improved least squares method is used to fit and filter distance measured by the laser. Then, by solving the velocity model, the initial velocity value is calculated. When using polynomials to approximate the true

收稿日期: 2023-06-02; 修订日期: 2023-07-04.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 6210031610)

value of velocity, using conventional expressions can result in significant computational errors. To reduce computational errors, polynomials are combined with cubic Chebyshev polynomials to obtain the optimal uniform approximation polynomial for calculating the velocity function. The optimal uniform approximation polynomial velocity function uses the cubic finite difference method to identify the velocity outliers and obtain real-time and high-precision target velocity values. The indicators of laser-ranging theodolite speed measurement include real time ability (delay < 100 ms) and accuracy (error < 1 m/s). The speed measurement value of GPS loaded on the UAV is taken as the true value, and multiple algorithms are used to calculate the target speed. The test results show that the Gaussian function method for speed calculation has good real-time performance; however, the speed measurement accuracy is > 1.5 m/s. The Kalman method has good accuracy in calculating velocity; however, owing to the use of a large amount of historical data, the velocity value lags behind. The speed calculated by the optimal uniform approximation polynomial method in this study has good real-time performance and a delay of 50 ms. The mean square deviation of speed accuracy is 0.8 m/s, which meets the equipment's indicator requirements.

**Key words:** Optimal Uniform Approximation(OUA); Gaussian velocity solving; Kalman filtering speed solution; finite difference

## 1 引言

光电经纬仪广泛用于火箭、导弹和无人机等飞行目标的外弹道/航迹参数测量,是靶场主测设备之一,主要进行目标极坐标测量即方位角、高低角。测量目标速度的应用相对较少,武器实验靶场一般采用连续波脉冲雷达的多普勒效应来实现对被试目标的速度进行测量,该方法可以获得较高的速度测量精度。随着数据拟合、滤波等数据处理技术的发展,对空中目标进行测速的应用越来越多。带激光测距的经纬仪系统通过对空中目标进行光学侦察以获取目标相对于地面站的方位和俯仰信息;然后,利用激光测距获取目标的距离信息,对目标进行空间定位;最后,通过多次定位数据和定位时间间隔,计算得到目标的飞行速度。经纬仪获得的位置信息在时间序列上是离散的,在对毫秒级采样间隔时间差分求速度时,经纬仪位置上一点小的误差,会造成很大的速度误差,因此对测量数据的滤波、拟合、平滑及外推是实时高精度获得速度信息的关键<sup>[1-5]</sup>。

王冰等人在文献[6]中提出经纬仪单站测量速度,通过多次定位数据和定位时间间隔,计算得到目标的飞行速度。飞行速度 49~56 m/s,误差为 3%~16%,此方法最小速度误差为 1.47 m/s,误差较大。

应用在经纬仪上拟合目标运动轨迹求速度的方法,大多采用最小二乘法,最小二乘法是根据均方根误差最小的原理得到目标的运动轨迹求速度。对于做复杂运动,且速度较快的目标来说,要达到较高的拟合精度,拟和函数的阶次较高,计算量大,实时性不好。三次样条函数插值求速度,具有二阶光滑度和良好的收敛性,但是没有对三阶毛刺误差进行处理,在实际测量速度时,会存在毛刺误差<sup>[7-8]</sup>。

文献[9]提出一种基于雷达和光学经纬仪合理布站优化组合测量与数学计算求取弹丸速度参数的方法,采用三次 Hermite 函数表示,优点是计算精度稳定,缺点误差大。

多年靶场外测数据处理工作的实践表明,即使是高精度的测量设备,也会因为多种偶然因素的影响,采样数据集中往往包含 0.1%~0.2% 的严重偏离目标真值的异常数据<sup>[10]</sup>。工程领域称这部分异常数据为野值。野值对目标测量速度有十分不利的影响,需要采用有效的方法进行剔除。

利用经纬仪测量目标速度,通常获得目标位置,然后通过差分获得目标速度,比较典型的求解方法有 Gauss 函数方法及卡尔曼方法。Gauss 函数方法求解速度实时性好,但测量速度精度不高;卡尔曼方法求速度精度很好,但是因为用了大量的历史数据,速度值产生滞后。只有提高速

度的实时性、高精度才能满足靶场上导弹、飞机等多种目标测速要求。

本文采用最佳一致逼近多项式的方法对测量速度进行拟合、平滑及外推,保证了速度的实时性;采用了有限差分的方法识别速度的野值,去除野值,确定去除野值阈值,利用迭代的方法,获得最优速度值。本文方法既保证了目标测量速度的实时性,又保证了目标测量速度精度,在实际经纬仪加装激光测距系统中,取得了很好的效果。

## 2 测速工作原理

### 2.1 位置测量

单站光电经纬仪通过加装激光测站仪,获得目标三个测量元素:距离  $R$ 、方位角  $A$  及俯仰角  $E$ 。以经纬仪中心点  $O_c$  为原点,  $X_c$  轴方向为大地北,建立  $O_c(X_c, Y_c, Z_c)$  坐标系,如图 1 所示。

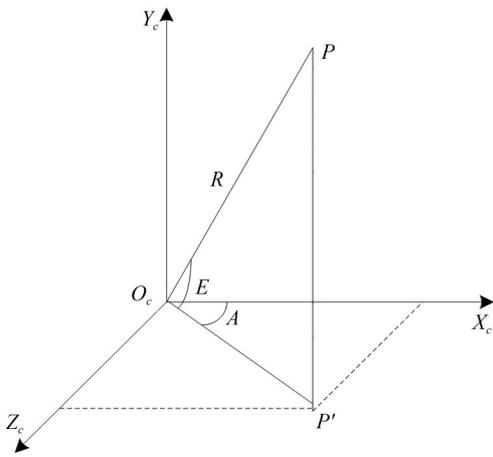


图 1 单站定位原理示意图

Fig.1 Schematic diagram of single station positioning principle

单站定位公式如式(1)所示:

$$\begin{cases} x_c = x_o + R \times \cos A \cos E \\ y_c = y_o + R \times \sin E \\ z_c = z_o + R \times \sin A \cos E \end{cases} \quad (1)$$

### 2.2 最小二乘法剔除激光测距距离野值

经纬仪激光测距机测得的距离首先进行拟合剔除野值,再与方位角、高低角计算位置,从而计算的速度才能更精确。最小二乘法实时性不好,采用数据外推的方式改进最小二乘法,提高

距离实时性<sup>[11]</sup>。

最小二乘法数据处理方法如下:

确定  $t$  个测量的参数  $X_1, X_2, \dots, X_t$  的估计量  $x_1, x_2, \dots, x_t$ , 测量值  $Y$ , 存在  $t$  个未知值与  $Y$  是函数关系,  $n$  次测量  $Y$  值, 获得  $l_1, l_2, \dots, l_n$  数据, 有关系式如式(2)所示:

$$\begin{cases} Y_1 = f_1(X_1, X_2, \dots, X_t) \\ Y_2 = f_2(X_1, X_2, \dots, X_t) \\ \vdots \\ Y_n = f_n(X_1, X_2, \dots, X_t) \end{cases} \quad (2)$$

设  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  的估计值为  $y_1, y_2, \dots, y_n$ , 则关系式如式(3)所示:

$$\begin{cases} y_1 = f_1(x_1, x_2, \dots, x_t) \\ y_2 = f_2(x_1, x_2, \dots, x_t) \\ \vdots \\ y_n = f_n(x_1, x_2, \dots, x_t) \end{cases} \quad (3)$$

而  $l_1, l_2, \dots, l_n$  的残余误差公式如式(4)和式(5)所示:

$$\begin{cases} v_1 = l_1 - y_1 \\ v_2 = l_2 - y_2 \\ \vdots \\ v_n = l_n - y_n \end{cases} \quad (4)$$

即:

$$\begin{cases} v_1 = l_1 - f_1(x_1, x_2, \dots, x_t) \\ v_2 = l_2 - f_2(x_1, x_2, \dots, x_t) \\ \vdots \\ v_n = l_n - f_n(x_1, x_2, \dots, x_t) \end{cases} \quad (5)$$

式(4)和式(5)为残余误差方程式。

若数据  $l_1, l_2, \dots, l_n$  的测量误差是服从正态分布, 设定标准差为  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$ , 则各测量结果  $l_1, l_2, \dots, l_n$  出现于真值附近  $d\delta_1, d\delta_2, \dots, d\delta_n$  区域内的概率为:

$$P = \frac{1e^{-(\delta_1^2/\sigma_1^2 + \delta_2^2/\sigma_2^2 + \dots + \delta_n^2/\sigma_n^2)/2} d\delta_1 d\delta_2 \dots d\delta_n}{\sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_n (\sqrt{2\pi})} \quad (6)$$

根据最大或然原理, 可认为这  $n$  个测量值同时出现于相应区间  $d\delta_1, d\delta_2, \dots, d\delta_n$  时概率最大, 应满足:

$$\frac{\delta_1^2}{\sigma_1^2} + \frac{\delta_2^2}{\sigma_2^2} + \dots + \frac{\delta_n^2}{\sigma_n^2} = \min. \quad (7)$$

结果为估计量, 以残余误差的形式表示, 即:

$$\frac{\nu_1^2}{\sigma_1^2} + \frac{\nu_2^2}{\sigma_2^2} + \dots + \frac{\nu_n^2}{\sigma_n^2} = \min. \quad (8)$$

式(8)存在平方项,求解困难,可以把其线性化。利用级数展开把式(8)非线性形式线性地表达出来:

$$\begin{cases} Y_1 = a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots + a_{1t}X_t \\ Y_2 = a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \dots + a_{2t}X_t \\ \vdots \\ Y_n = a_{n1}X_1 + a_{n2}X_2 + \dots + a_{nt}X_t \end{cases} \quad (9)$$

相应的外推估计量为:

$$\begin{cases} y_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1t}x_t \\ y_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2t}x_t \\ \vdots \\ y_n = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nt}x_t \end{cases} \quad (10)$$

其误差方程为:

$$\begin{cases} v_1 = l_1 - (a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1t}x_t) \\ v_2 = l_2 - (a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2t}x_t) \\ \vdots \\ v_n = l_n - (a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nt}x_t) \end{cases} \quad (11)$$

最后根据误差最小拟合曲线,求解平滑后的距离值。此方法的精度取决于误差阈值,设定误差越小,精度越高,计算量越大。

### 2.3 目标测速模型建立

利用激光测距获取目标的距离信息,对目标进行空间定位,通过拟合获得准确的弹道位置数

$$P_1P_2 = \sqrt{R_1^2 + R_2^2 - 2R_1R_2(\cos(A_1 - A_2)\cos E_1\cos E_2 + \sin E_1\sin E_2)}. \quad (12)$$

目标速度公式如式(13)所示:

$$v = \frac{\sqrt{R_1^2 + R_2^2 - 2R_1R_2(\cos(A_1 - A_2)\cos E_1\cos E_2 + \sin E_1\sin E_2)}}{t_2 - t_1}. \quad (13)$$

由速度测量公式(13)可知,目标速度  $v$  是一个与目标截距、方位角及俯仰角等参数有关的函数,可以表示为  $v(A_1, A_2, E_1, E_2, R_1, R_2)$ 。其引起误差的原因有:(1)光测设备激光测距在  $P_1$  点和  $P_2$  点的激光测距误差  $\delta(R_1), \delta(R_2)$ ;(2)光测设备目标在在  $P_1$  点和  $P_2$  点测角误差  $\delta(A_1), \delta(A_2), \delta(E_1)$  及  $\delta(E_2)$ 。

速度的误差公式可表示为:

$$\begin{aligned} \Delta v = & \frac{\partial v}{\partial R_1} \delta(R_1) + \frac{\partial v}{\partial R_2} \delta(R_2) + \frac{\partial v}{\partial A_1} \delta(A_1) + \\ & \frac{\partial v}{\partial A_2} \delta(A_2) + \frac{\partial v}{\partial E_1} \delta(E_1) + \frac{\partial v}{\partial E_2} \delta(E_2), \end{aligned} \quad (14)$$

据,定位时间间隔已知,计算得到目标的飞行速度<sup>[6]</sup>。如图2所示,以经纬仪中心点  $O_C$  为原点,  $X_c$  轴方向为大地北,建立  $O_C(X_c, Y_c, Z_c)$  坐标系,设在  $t_1$  和  $t_2$  时刻目标从  $P_1$  飞到  $P_2$ ,线速度为  $v$ , 两点相对于  $O_C$  点的坐标分别为  $P_1(A_1, E_1, R_1, t_1)$  和  $P_2(A_2, E_2, R_2, t_2)$ ,  $A_1, E_1, R_1$  为  $P_1$  点对应的方位角、俯仰角及目标截距,同理  $A_2, E_2, R_2$  为  $P_2$  点对应的方位角、俯仰角及目标截距; $P_1'$  和  $P_2'$  为  $P_1$  点和  $P_2$  点在地面的投影。

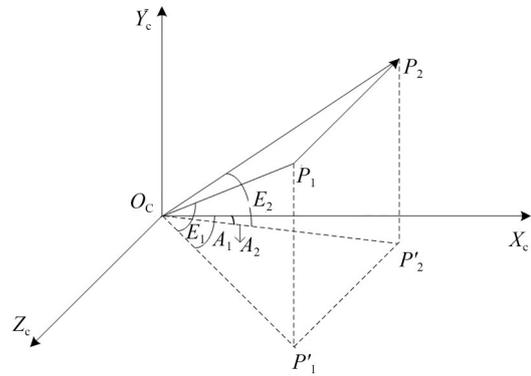


图2 目标测速示意图

Fig. 2 Schematic diagram of target velocity measurement

根据图2的几何关系可以推出目标从  $P_1$  飞到  $P_2$  位移如式(12)所示:

其中:

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial R_1} &= \frac{R_1 - R_2(\cos(A_1 - A_2)\cos E_1\cos E_2 + \sin E_1\sin E_2)}{(t_2 - t_1)^2 v}, \\ \frac{\partial v}{\partial R_2} &= \frac{R_2 - R_1(\cos(A_1 - A_2)\cos E_1\cos E_2 + \sin E_1\sin E_2)}{(t_2 - t_1)^2 v}, \\ \frac{\partial v}{\partial A_1} &= \frac{R_1 R_2(\sin(A_1 - A_2)\cos E_1\cos E_2)}{(t_2 - t_1)^2 v}, \\ \frac{\partial v}{\partial A_2} &= \frac{R_1 R_2(\sin(A_2 - A_1)\cos E_1\cos E_2)}{(t_2 - t_1)^2 v}, \end{aligned}$$

$$\frac{\partial v}{\partial E_2} = \frac{R_1 R_2 (\cos(A_1 - A_2) \cos E_1 \sin E_2 - \sin E_1 \cos E_2)}{(t_2 - t_1)^2 v},$$

$$\frac{\partial v}{\partial E_1} = \frac{R_1 R_2 (\cos(A_1 - A_2) \sin E_1 \cos E_2 - \cos E_1 \sin E_2)}{(t_2 - t_1)^2 v}.$$

### 3 速度求解

#### 3.1 最佳一致逼近多项式计算速度函数

计算速度的函数通常采用多项式表达,多项式采用常规的表达形式会产生很大的计算误差,不能很好地逼近数据真值,为了减少计算误差,多项式采用逼近性好的切比雪夫多项式组合的方式获得最佳一致逼近多项式计算速度函数<sup>[12]</sup>。

切比雪夫多项式  $T_n(x) (n \geq 0)$ , 定义为:

$$T_0(x) = 1, \quad (15)$$

$$T_1(x) = x, \quad (16)$$

...

$$T_{n+1}(x) = 2xT_n(x) - T_{n-1}(x). \quad (17)$$

由公式(15)~公式(17)推得:

$$T_2(x) = 2x^2 - 1, \quad (18)$$

$$T_3(x) = 4x^3 - 3x. \quad (19)$$

切比雪夫多项式组合而成的多项式  $Q_n(x)$  是连续函数  $f_n(x)$  的最佳一致逼近多项式的充分必要条件是在区间  $[a, b]$  上至少存在  $n + 2$  个点  $x_0 < \dots < x_{n+1}$  使得:

$$f(x_i) - Q_n(x_i) = \alpha(-1)^i \|f - Q_n\|, \quad (20)$$

其中,  $i = 0, \dots, n + 1$ , 对于所有的  $i$  同时  $\alpha = 1$  (或者  $\alpha = -1$ )。

点  $x_0, x_1, \dots, x_{n+1}$  常常称为切比雪夫交替点。

将速度函数  $f(x)$  按照切比雪夫正交函数系展开成级数:

$$f(x) \sim \sum_{j=0}^{\infty} d_j T_j(x). \quad (21)$$

低次项速度组合函数如式(22)所示:

$$\sum_{j=0}^n d_j T_j(x). \quad (22)$$

式(22)能确定较好逼近。 $d_j$  很难显式计算, 却比较容易进行泰勒展开:

$$f(x) = \sum_{j=0}^{\infty} a_j x^j. \quad (23)$$

设定速度函数多项式  $P_n(x)$  使得公式(24)的误差足够小:

$$f(x) \approx P_n(x) = \sum_{j=0}^n a_j x^j. \quad (24)$$

按照切比雪夫多项式展开  $P_n(x)$ :

$$P_n(x) = \sum_{j=0}^n d_j T_j(x). \quad (25)$$

引入记号  $Q_m(x)$ :

$$Q_m(x) = \sum_{j=0}^m d_j T_j(x), \quad (26)$$

其中  $m \leq n$ 。

所有多项式  $Q_m(x)$  都是  $Q_{m+1}(x)$  的  $m$  阶最佳一致逼近多项式, 因此:

$$E_m(Q_{m+1}) = \|Q_{m+1} - Q_m\| = |d_{m+1}|. \quad (27)$$

速度误差估计为:

$$|f(x) - P_m(x)| \leq \max |f(x) - P_n(x)| + \sum_{j=m+1}^n |d_j|. \quad (28)$$

为了减少运算量, 设:

$$D_0 = d_0 - d_2/2, \quad (29)$$

$$D_j = (d_j - d_{j+2})/2 (j = 1, \dots, n - 2), \quad (30)$$

$$D_{n-1} = d_{n-1}/2, \quad (31)$$

$$v_n = d_n/2. \quad (32)$$

取  $y = 2x, v_{n-1} = yv_n + D_{n-1}$ , 按照递推公式  $v_k = yv_{k+1} - v_{k+2} + D_k$  获得  $P_n(x)$ :

$$P_n(x) = v_{n-2} + v_{n-3} + \dots + v_0. \quad (33)$$

本文采用了简单改进切比雪夫公式, 采样 4 帧速度值分别为  $d_0, d_1, d_2$  及  $d_3$ , 计算第 5 帧速度值  $v$ , 为了计算简便,  $x$  取值  $-1$ 。

$$v = d_3 + (v_3 + v_2 + v_1 + v_0), \quad (34)$$

式中:

$$v_3 = d_3/2,$$

$$v_2 = 2xv_3 + d_2/2,$$

$$v_1 = 2xv_2 - v_3 + (d_1 - d_3)/2,$$

$$v_0 = 2xv_1 - v_2 + (d_0 - d_2/2).$$

#### 3.2 有限差分的方法识别速度的野值

设函数表中的节点  $x_i$  等间距分布:  $x_i = x_0 + ih, f_i$  为相应的函数值,  $h$  称为步长。差  $f_{i+1} - f_i$  称为一阶差分, 用  $\Delta f_i$  表示。  $m$  阶差分函数值表示:

$$\Delta^m f_i = \sum_{j=0}^m (-1)^j C_m^j f_{i+m-j}. \quad (35)$$

因此有:

$$\Delta^2 f_i = f_{i+2} - 2f_{i+1} + f_i, \quad (36)$$

$$\Delta^3 f_i = f_{i+3} - 3f_{i+2} + 3f_{i+1} - f_i, \quad (37)$$

$$\Delta^4 f_i = f_{i+4} - 4f_{i+3} + 6f_{i+2} - 4f_{i+1} + f_i. \quad (38)$$

当  $x \equiv x_0 + ih$  时, 等式(39)成立:

$$f(x_i; \dots; x_{i+m}) = \frac{f_{i+m/2}^m}{h^m m!}. \quad (39)$$

当  $x_i \leq \zeta \leq x_{i+m}$  时,

$$\Delta^m f_i = h^m f^m(\zeta). \quad (40)$$

可以得到推论:  $n$  次多项式的  $n$  次有限差分等于常数, 而更高阶差分等于零。

根据公式(35), 对于  $m$  阶差分, 误差以系数  $(-1)^j C_m^j$  放大。如果函数足够光滑, 那么其不很高阶的差分可能很小。通过比较差分结果, 可以识别包含误差的函数值, 并对其进行修正。

如果某个值  $f_i$  包含相对较大的误差  $\epsilon$ , 则在三阶差分中它一定以  $\epsilon, -3\epsilon, 3\epsilon, -\epsilon$  的形式出现。

根据上述分析, 因为速度函数是三次多项式, 通过求解三阶差分的值, 判断含有误差的测量值, 剔除。三阶有限差分去除野值流程图如图 3 所示。

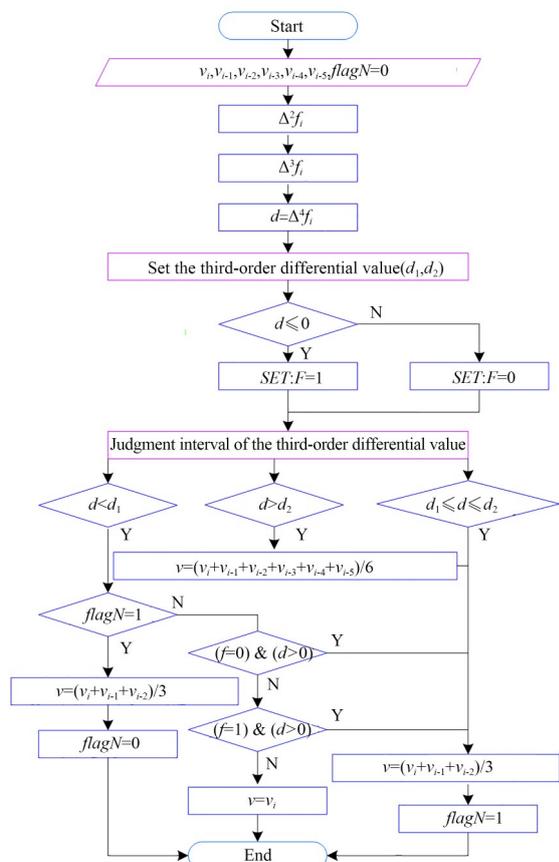


图 3 三阶有限差分去除野值流程图

Fig. 3 Flow chart of third-order finite difference outlier removal

### 3.3 迭代求解

在通过有限差分的方法识别速度的野值后, 对剔除野值的测量值重新进行最佳一致逼近多项式拟合计算, 获得的值再进行有限三阶差分剔除, 反复迭代, 直到误差小于设定的阈值, 在速度为 40 m/s 时, 根据经验速度的误差的阈值选为 0.02 m/s。

### 3.4 测速工作流程图

测速工作步骤:

- (1) 输入经纬仪数据  $A, E$ ;
- (2) 输入激光测距值  $R$ , 剔野值、滤波;
- (3) 单站计算目标位置;
- (4) 位置剔野值、滤波、拟合、外推;
- (5) 根据速度模型计算速度;
- (6) 剔野值、滤波保存速度数据。

速度计算流程图如图 4 所示。

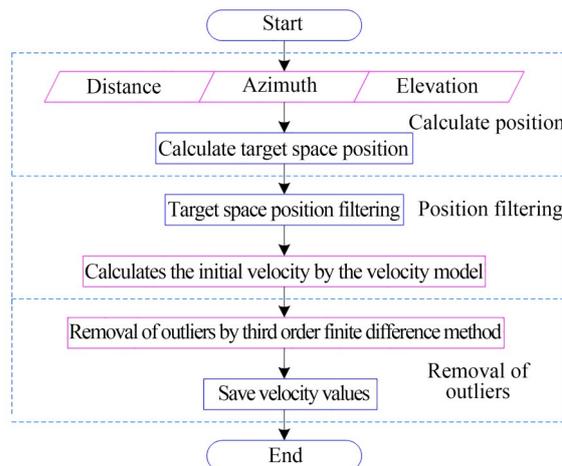


图 4 速度计算流程图

Fig. 4 Speed calculation flowchart

### 3.5 实验结果比对

激光测距光电经纬仪在外场进行无人机跟飞实验, 设定 200 s 飞行时间, 飞行最远距离 4 000 m, 记录从 4 000 m 返航图像, 匀速飞行速度控制在 40 m/s。无人机上装有测速 GPS, 可以进行速度比对。

#### 3.5.1 激光测得距离滤波实验

设备的激光测距机的距离误差指标为均方差小于 1 m, 由于激光测距机在测距过程中受到跟踪不稳、噪声、天气和环境等因素影响, 测得的

距离值具有跳动值,如图 5 所示,激光测距获得的距离值与真值对比,最大误差为 3.449 m。

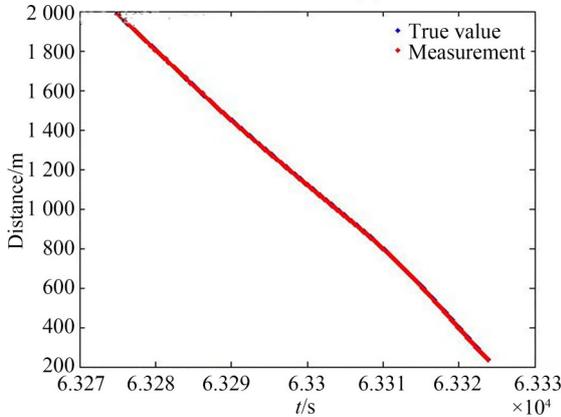


图 5 距离测量值与真值对比

Fig. 5 Comparison of distance measurement values with true values

在实验过程中,必须对距离值进行滤波。通过最小二乘滤波,明显增强测距的稳定性。取目标匀速运行段 500 帧数据进行距离滤波前后对比实验。对距离滤波前后的值进行一次差数据计算,在无人机以 40 m/s 匀速运行时,采样间隔 50 ms,一次差理想值为 2 m,如图 6 所示距离滤波前一次差幅值范围 -1.4~-2.8 m,滤波后的距离一次差幅值范围 -1.7~-2.4 m。500 帧数据距离滤波前一次差幅值的标准偏差 0.22,滤波后的距离一次差幅值的标准偏差 0.13。

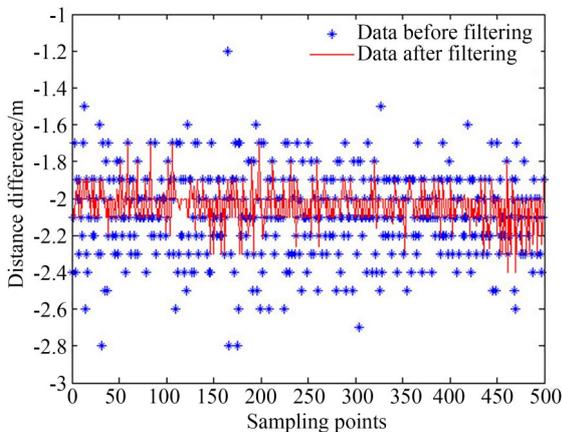


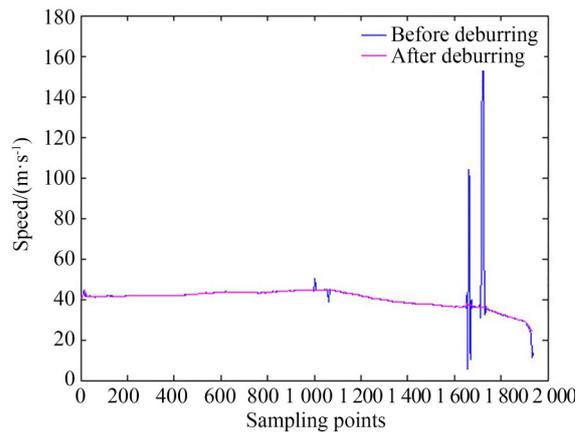
图 6 距离滤波前后值一次差数据比较

Fig. 6 Comparison of first difference data before and after distance filtering

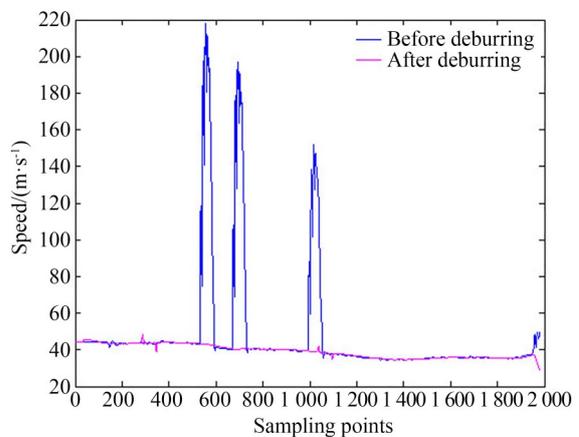
### 3.5.2 有限差分速度剔野值实验

常规野值剔除方法是处理序列数据的残差,对数据残差进行统计,判断序列数据的野值。有限差分别除野值的方法,数据差分计算判断野值。根据上述分析,已知速度函数是三次多项式,通过求解三阶差分的值,判断含有误差的测量值,剔除野值。

如图 7 所示无人机速度保持 40 m/s 匀速飞行,采样频率 20 Hz。运行时间 100 s。第一组实验数据含有两组小毛刺及两组大毛刺,第二组实验数据含有三组大毛刺,实验结果显示,大野值完全剔除;去毛刺后的图线在采样点 200~400 之间、1 000~1 200 之间,相对于去毛刺前的曲线有明显毛刺凸起,经数据分析是三阶差分的低限值



(a) 第一组实验数据  
(a) First set of experimental data



(b) 第二组试验数据  
(b) Second set of experimental data

图 7 速度去除野值实验

Fig. 7 Speed removal outlier test

取得过低,人为引入扰动。

### 3.5.3 速度滤波前后与 GPS 速度值比对实验

速度滤波实验采用 1 000 帧数据,包括起始过度段,无人机速度保持 40 m/s 匀速飞行,采样频率 20 Hz。运行时间 50 s。实时数据取五组数据带入最佳一致逼近多项式拟合计算,获得的值

进行有限三阶差分剔除后,反迭代,直到误差小于设定的阈值,在速度为 40 m/s 时,根据经验速度的误差的阈值选为 0.02 m/s。在测速实验中,可根据不同的实时速度,动态调整误差设定的阈值。速度滤波前后与 GPS 差值全部数据对比曲线图如图 8 所示。

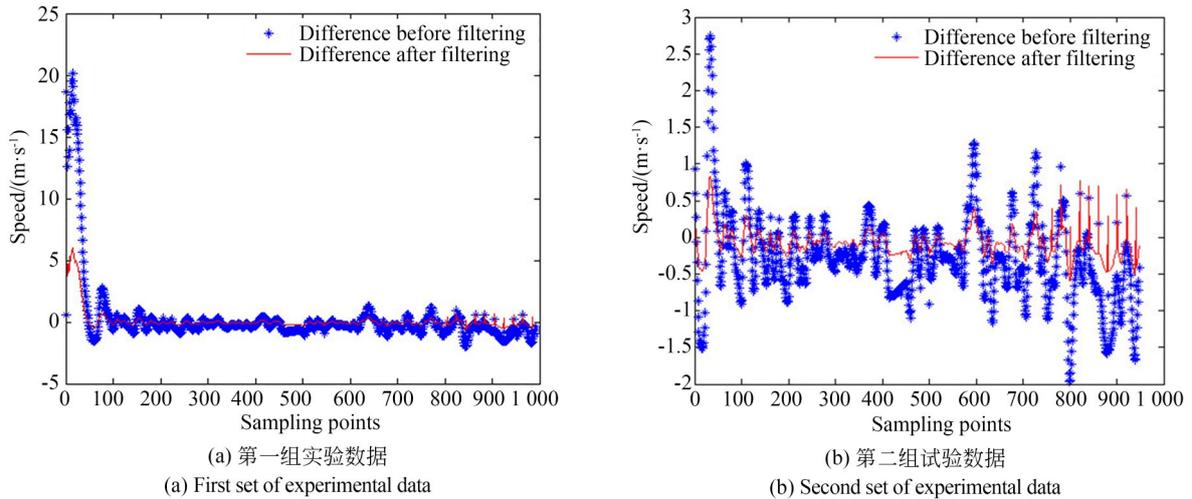


图 8 速度滤波前后与 GPS 速度全部数据对比曲线图

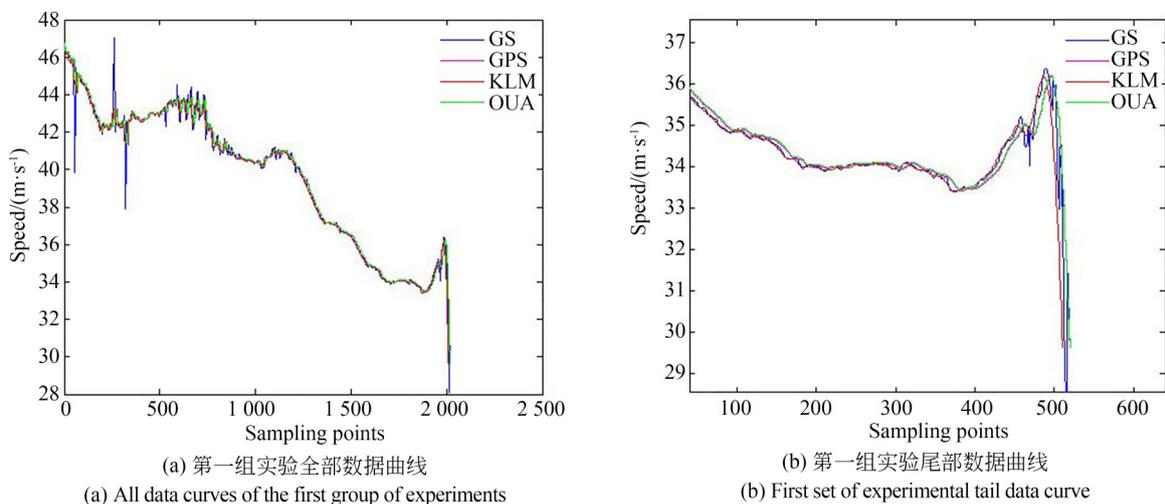
Fig. 8 Comparison curve of all data before and after speed filtering with GPS true values

从图 8(b)所示曲线可以看出,滤波后与 GPS 比对误差最大误差小于 0.8 m/s,满足指标 1 m/s 要求。

### 3.5.4 几种速度求解方法对比 GPS 速度值实验

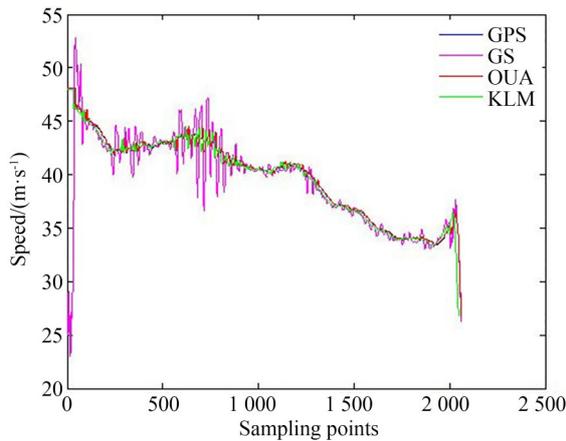
几种求解速度方法对比 GPS 速度值实验如图 9 所示。

如图 9 所示,两组数据都是 2 000 帧,无人机速度在 33~47 m/s 之间变速飞行,采样频率 20 Hz。运行时间 100 s。全部过程数据曲线显示高斯(Gaussian velocity Solving, GS)有大的毛刺存在;截取尾部数据扩大曲线显示卡尔曼(Kalman filtering speed solution, KLM)数据有较大滞后。

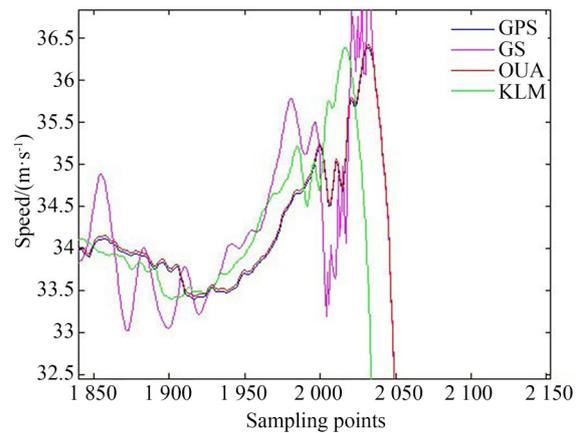


(a) 第一组实验全部数据曲线  
(a) All data curves of the first group of experiments

(b) 第一组实验尾部数据曲线  
(b) First set of experimental tail data curve



(c) 第二组实验全部数据曲线  
(c) All data curves of the second set of experiments



(d) 第二组实验尾部数据曲线  
(d) Second set of experimental tail data curve

图9 速度求解方法对比GPS实验

Fig. 9 Comparison of Speed Solving Methods with GPS Experiments

最佳一致逼近多项式(Optimal Uniform Approximation, OUA)获得速度与GPS速度值比对,时滞滞后一帧,50 ms,误差小于0.8 m/s。

## 4 结 论

本文根据激光测距经纬仪的高精度、实时性的测速要求,提出了最佳一致逼近多项式的测速

方法,本方法在实际使用中,主要采用切比雪夫三阶多项式来逼近速度真值,利用三阶有限差分法剔除速度野值,根据实时速度,动态调整速度迭代误差阈值,使速度精度更高。本方法获得速度与GPS速度值比对,实时性好,延时50 ms;速度精度均方差为0.8 m/s,满足设备的指标要求。本文采用的有限差分法,也可以应用在变化缓慢场景图像去高阶噪声。

## 参考文献:

- [1] ZHAO L R, CAO Y G. The method on the measurement of the aircraft attitude by the spatial cosines relationship of the single station and planes to the intersection the multi-station of electro-optical theodolite[C]. 2010 *International Conference on Computer, Mechatronics, Control and Electronic Engineering*. 24-26, 2010, Changchun, China. IEEE, 2010: 143-146.
- [2] ZOU H H. Improvement detecting method of optical axes parallelism of shipboard photoelectrical theodolite based on image processing[J]. *Optics and Photonics Journal*, 2017, 7(8): 127-133.
- [3] 贾文武,刘培正,唐自力,等.靶场适用的光电经纬仪光轴平行性检测[J]. *光学精密工程*, 2020, 28(8): 1670-1677.  
JIA W W, LIU P Z, TANG Z L, *et al.* Detection method for optical-axis parallelism of photoelectric theodolite in range[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2020, 28(8): 1670-1677. (in Chinese)
- [4] 张龙,王兴理,马婧,等.脉冲雷达测速方法的改进研究[J]. *现代雷达*, 2019, 41(10): 74-77.  
ZHANG L, WANG X L, MA J, *et al.* Improvement of pulse radar velocity detection method[J]. *Modern Radar*, 2019, 41(10): 74-77. (in Chinese)
- [5] 黄战华,刘森,张伊馨,等.高速运动目标的光电精密测速系统误差分析[J]. *光电工程*, 2006, 33(3): 58-61.  
HUANG Z H, LIU M, ZHANG Y X, *et al.* Error analysis of precision opto-electronic velocity measurement for high-speed moving object[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2006, 33(3): 58-61. (in Chinese)
- [6] 王冰,张岩岫,高穹,等.基于光电经纬仪的空中目标测速误差分析[J]. *光电子技术*, 2019, 39(2): 110-113.  
WANG B, ZHANG Y X, GAO Q, *et al.* Error

- analysis of airborne target velocity measurement by electro-optic theodolite[J]. *Optoelectronic Technology*, 2019, 39(2):110-113. (in Chinese)
- [7] HAECKER J, KROEPLIN B H. An experimental study of visual flight trajectory tracking and pose prediction for the automatic computer control of a miniature airship [C]. *SPIE Proceedings, Intelligent Computing: Theory and Applications*. Orlando, FL. SPIE, 2003, 5103: 25-36.
- [8] 常景娜, 高慧斌, 乔冠宇. 一种基于传感器的测量目标运动参数方法研究[J]. *传感器与微系统*, 2015, 34(11): 19-22.  
CHANG J N, GAO H B, QIAO G Y. Study of a method for measuring target moving parameters based on sensor[J]. *Transducer and Microsystem Technologies*, 2015, 34(11): 19-22. (in Chinese)
- [9] 官志华, 刘志学, 冷雪冰, 等. 一种光雷组合测量求取高精度弹丸切向速度方法[J]. *弹箭与制导学报*, 2015, 35(6):119-122.  
GONG Z H, LIU Z X, LENG X B, *et al.* A method of getting high precision ballistic tangential velocity based on united measuring with optical theodolite and radar[J]. *Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance*, 2015, 35(6): 119-122. (in Chinese)
- [10] 梁家辉, 李建, 胡绍林. 多套光学经纬仪联合跟踪的容错最小距离平方和定位[J]. *光学精密工程*, 2020, 28(12): 2596-2604.  
LIANG J H, LI J, HU S L. Joint multiple optical theodolite tracking based outlier-tolerant least distance sum localization[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2020, 28(12): 2596-2604. (in Chinese)
- [11] 赵立荣. 基于机器视觉的靶场飞行器姿态测量方法研究[D]. 长春: 长春理工大学, 2016.  
ZHAO L R. *Methodology of Attitude Measurements for Aircrafts in Shooting Range Based on Computer Vision Technique* [D]. Changchun: Changchun University of Science and Technology, 2016. (in Chinese)
- [12] 李强, 崔岩. 切比雪夫多项式在单台经纬仪记忆跟踪中的应用[J]. *激光与光电子学进展*, 2013, 50(4): 169-173.  
LI Q, CUI Y. Application of Chebyshev polynomial in memory tracking with single theodolite[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2013, 50(4): 169-173. (in Chinese)
- [13] 寇鹏, 智帅峰, 程耘, 等. 空间目标自适应光学图像椭圆部件检测[J]. *中国光学*, 2022, 15(3): 454-463.  
KOU P, ZHI S F, CHENG Y, *et al.* Detection of elliptical components in adaptive optical image of space target[J]. *Chinese Optics*, 2022, 15(3): 454-463. (in Chinese)
- [14] 程博阳, 李婷, 王喻林. 基于视觉显著性加权与梯度奇异值最大的红外与可见光图像融合[J]. *中国光学(中英文)*, 2022(4): 675-688.  
CHENG B Y, LI T, WANG Y L. Fusion of infrared and visible light images based on visual saliency weighting and maximum gradient singular value[J]. *Chinese Optics*, 2022(4): 675-688. (in Chinese)

## 作者简介:



赵立荣(1971—),女,吉林桦甸人,博士,研究员,1999年于中科院大学获得硕士学位,2017年于长春理工大学获得博士学位,主要从事视频图像分析、大数据与人工智能等研究。E-mail: cczhaolirong@163.com

## 通讯作者:



袁光福(1987—),男,重庆九龙坡人,高级工程师,2010年于解放军理工大学获得学士学位,2020年于电子科技大学获得硕士学位,主要从事光学测量技术等方面的研究。E-mail: 670230520@qq.com