

文章编号 1004-924X(2024)10-1606-16

## 基于自适应局部邻域条件下的点云匹配

李晋儒<sup>1,2</sup>, 王 晋<sup>3\*</sup>, 郭松涛<sup>3</sup>, 索红燕<sup>1</sup>

(1. 山西省煤炭地质物探测绘院有限公司, 山西 晋中 030600;

2. 山东科技大学 测绘空间信息学院, 山东 青岛 266590;

3. 中国人民解放军战略支援部队信息工程大学 地理空间信息学院, 河南 郑州 450001)

**摘要:** 为了应对传统迭代最近点(ICP)算法在处理复杂点云空间特征时, 面临噪声干扰和数据缺失等问题导致收敛速度缓慢、配准精度不高以及鲁棒性较差等问题, 本文提出了一种基于自适应局部邻域条件下的点云匹配算法。首先, 采用体素网格滤波对数据进行预处理, 根据不同半径邻域内邻近点的分布情况, 定义邻域表面的弯曲程度, 在此基础上, 充分考虑到法向量分布和邻域曲率特征, 从而得到更精确的特征点提取; 其次, 通过运用最小二乘曲面拟合方法, 进一步提取出邻域曲率变化最为显著的特征点, 采用快速点特征直方图(FPFH)对特征点进行描述, 并通过设定距离阈值的采样一致性算法来匹配相似的特征点对, 计算出关键的坐标转换参数, 完成初始配准。最后, 利用线性最小二乘优化点到面的 ICP 算法, 以实现更精确的配准结果。通过一系列实验对比发现相较于现有的几种配准算法(ICP, SAC-IA+ICP, K4PCS+ICP), 在存在噪声干扰和数据缺失的情况下, 所提方法的配准准确度平均提高 45%, 配准速度平均提高 38%, 充分验证了该方法在应对大数据量、低重叠率点云配准方面具备出色的稳健性能。

**关键词:** 点云匹配; 邻域; 法向量; 快速点特征直方图; 迭代最近点

**中图分类号:** P231.5 **文献标识码:** A **doi:** 10.37188/OPE.20243210.1606

## Point cloud matching algorithm based on adaptive local neighborhood conditions

LI Jinru<sup>1,2</sup>, WANG Jin<sup>3\*</sup>, GUO Songtao<sup>3</sup>, SUO Hongyan<sup>1</sup>

(1. Shanxi Coal Geological Survey and Mapping Institute Co., Ltd, Jinzhong 030600, China;

2. School of Surveying and Spatial Information, Shandong University of Science and Technology,  
Qingdao 266590, China;

3. School of Geospatial Information, University of Information Engineering, Strategic Support Force of  
the People's Liberation Army of China, Zhengzhou 450001, China)

\* Corresponding author, E-mail: chdrs\_wj@163.com

**Abstract:** To address the issues faced by traditional Iterative Closest Point (ICP) algorithms in handling complex point cloud spatial features, such as noise interference and data loss leading to slow convergence, low registration accuracy, and poor robustness, this paper proposed a point cloud matching algorithm based on adaptive local neighborhood conditions. Initially, voxel grid filtering was used for data preprocessing, and the curvature of neighborhood surfaces was defined based on the distribution of nearby points

收稿日期: 2023-11-29; 修订日期: 2024-02-20.

基金项目: 国家自然科学基金(No. 41876105)

within different radii. Considering the distribution of normal vectors and neighborhood curvature features, more accurate feature points were extracted. Subsequently, the most significantly changing curvature feature points in the neighborhood were further extracted using the least squares surface fitting method. These points were described using the Fast Point Feature Histograms (FPFH), and similar feature point pairs were matched using a sample consensus algorithm with a set distance threshold. This calculated the key coordinate transformation parameters to complete the initial registration. Finally, a linear least squares optimization point-to-plane ICP algorithm was used to achieve more accurate registration results. Comparative experiments demonstrate that, under conditions of noise interference and data loss, the proposed method improves registration accuracy by an average of 45% and increases registration speed by 38%, compared to existing algorithms (ICP, SAC-IA+ICPK4PCS+ICP), thus confirming its excellent robustness in handling large-volume, low-overlap point cloud registrations.

**Key words:** point cloud matching; neighborhood; normal vector; fast point feature histogram; iterative closest point

## 1 引言

随着三维激光扫描技术与计算机辅助设计技术的快速发展,三维点云配准技术被广泛应用于三维重建<sup>[1-2]</sup>、机器人视觉<sup>[3]</sup>、目标识别与定位<sup>[4]</sup>等领域。由于在点云采集过程中易受到噪声干扰、物体遮挡以及采集环境等限制,导致获取的物体空间信息不完整。因此,需要不同视角或不同时刻的点云数据进行配准来获取完整的空间信息。

目前,最经典的点云配准算法是 BESL P J 等<sup>[5]</sup>提出的迭代最近点(Iterative Closest Point, ICP)算法,该算法通过计算两个点云之间欧式距离寻找最近点,建立相应的对应关系,并求解目标函数的最优变换参数,但该算法计算效率低且对点云初始位姿要求高,易陷入局部最优。因此,国内外相关学者基于经典 ICP 算法进行大量的改进算法研究。其中,基于特征提取和匹配的点云配准方法被广泛应用。如 RUSURB<sup>[6]</sup>等提出的快速点特征直方图(Fast Point Feature Histogram, FPFH),相比于其他特征描述直方图<sup>[7-9]</sup>,其能够很好地保留点云的特征信息,且计算特征维度低效率高,具有很好的适用性。但对于密度较大的点云,存在大量特征相似的点云数据,很大程度影响点云对应点匹配,同时计算所有点的特征信息严重降低点云配准的整体效率。因此,为了简化点云以提高计算效率,需要提取点云具有旋转、平移不变性的特征点。

刘飞等<sup>[10]</sup>通过结合 ICP 与 FPFH 特征形成多策略融合配准,与相邻点云之间构成一种增量式配准关系,通过在距离阈值条件下的回环闭检测算法构建出多视角位姿关系,进而在新增约束条件下优化位姿。孙培芪等<sup>[11]</sup>根据特征点法向量之间欧式距离进行对应点匹配,提高配准的精度,但 SIFT 算法提取特征点耗费时间较长,影响配准的整体效率。李仁忠等<sup>[12]</sup>提出基于内部形态描述子(Intrinsic Shape Signatures, ISS)算法提取局部点云边缘特征,该算法丢失部分特征点,描述复杂且配准精度较低。马骊溟等<sup>[13]</sup>通过计算每个点的主曲率,根据高斯曲率极值点提取特征点,该算法描述性强,但计算效率低且在噪声环境下抗噪性较差。陆军等<sup>[14]</sup>根据多法向量邻域特征提取特征点,并使用最小距离与次小距离比值阈值方法获取对应关系,该算法收敛不稳定且对较稀疏点云配准效果差。Liu 等<sup>[15]</sup>基于点云数据的凹凸性的判断提取特征点,并采用 Hausdorff 距离算法搜索对应点对,该算法提高特征点提取效率但无法保证较高的配准精度。Chen 等<sup>[16]</sup>将点云转换成二维方位角图像,并利用 SURF 算法提取二维局部特征应用于点云配准当中,所提算法大大降低了计算量,但配准精度与传统 ICP 相差无异。THEILER P W 等<sup>[17]</sup>通过高斯差分 and Harris 关键点提取与四点一致集算法相结合,有效提高了运算效率,但对于密度分布不均匀的点云配准效果不佳。胡春梅等<sup>[18]</sup>通过设置欧氏距离阈值剔除掉错误的匹配点,在匹

配点中选取精度最高的同名点对利用奇异值分解法求出最后的变换矩阵。徐文菲等<sup>[19]</sup>提出了一种镜像迭代最近点算法,通过构建初始点云与目标点云的前向对应关系,得到重叠点云的特征点,随后建立重叠区域的后向对应关系从而得到了匹配点集,估计出最优的变换矩阵。刘今越等<sup>[20]</sup>通过对点云设置合理的阈值来保存样本的特征点,利用法向量求取该点的曲率值,对点云进行精简,采用基于概率分布的点云配准算法进行粗配准,以KD-Treed迭代最近点完成精配准,配准精度及效率上有所提升,但是对于重合度低的匹配点云并不能够进行有效的配准。杨鹏程等<sup>[21]</sup>根据点云平面特性设置法向量夹角和协方差矩阵的阈值来求取特征点,利用K近邻搜索提取特征点最后根据ICP进行了精配准。张赵良等<sup>[22]</sup>通过利用ISS算法来提取特征点采用RANSAC算法来剔除掉错误的匹配点对,使目标点云与待配准点云有一个较好的初始位姿状态,基于Nanoflann加速的点到平面ICP的点云精确匹配,但在参数阈值的设置上还有待进一步的优化。余永维等<sup>[23]</sup>采用改进的Sigmoid函数的点对平衡权重对算法进行优化,对距离较小的匹配错误点对进行剔除,以实现了点云的精确配准,但该算法需要依赖于较好的初始配准姿态,需要进一步确定初始状态的位姿。Aijazi<sup>[24]</sup>等人研究了非重复扫描的激光雷达传感器在配准方面的可行性,提出了一种利用传感器扫描方式进行连续配准的方法,将真实的扫描场景与重建扫描场景比较后提取场景中的物体,通过比较提取对象确定用于配准后的转换关系,进一步提高配准的定位与映射结果,但在较大的距离、扫描次数和弹道估计突变的情况下,误差有轻微的漂移,需要通过平滑滤波并添加闭环作为约束条件来进行整体的定位及配准精度。Kirsch<sup>[25]</sup>等人提出新颖的点云配准方法,通过点云描述符之间的最小距离和统计度量来预测点云对的匹配度,以判断两点云是否能够对齐。引入了一种对称重叠度量来确定为真重叠,实现了93%的对准性预测精度。Gao, Qinghon<sup>[26]</sup>等人提出了一种新颖的非刚性点云配准框架,旨在有效处理点集的拓扑变化(连接和分离),克服了现有方法在处理非刚性点集和拓扑变化方面的局限。通过采用Break

and Splice框架和Dirichlet过程高斯混合模型进行点集聚类,结合贝叶斯相干点漂移方法实现精确配准。该方法显著降低了配准误差,提高了处理大帧间运动和拓扑变化的能力,且在各种数据集上的评估显示,其性能优于现有先进方法,但未考虑到数据的颜色信息及遮挡情况下的边界提取的问题。XuNingli<sup>[27]</sup>等人本文综述分析了点云配准算法,包括粗配准的稀疏特征匹配和精细配准的C2C方法。通过在不同数据集上测试,发现深度学习和经典方法在特征提取和鲁棒参数估计上效果显著,但面对低重叠和大规模差异时,精度不足。精细配准方面,快速ICP和稳健ICP平衡了准确性和稳健性,而广义ICP和对称ICP虽准确但对初值敏感。研究指出,尽管有进展,但现有方法在处理特定挑战上仍有限制。

总体而言,上述方法未能充分考虑点云空间特征复杂性,导致配准精度和效率受噪声干扰和数据缺失不完整的影响较大。针对以上问题,文章提出一种基于自适应的局部邻域条件下改进ICP点云配准算法。该算法充分考虑邻域表面弯曲程度、法向量(Normal Vectors, NV)、邻域曲率(Neighborhood Curvature, NC)及曲率特征参数(Curvature Characteristic Parameter, CCP)依次进行特征点提取,然后对其进行初始配准,并在此基础上提出利用线性最小二乘优化点到面的ICP算法实现点云精确配准。

## 2 特征提取

点云特征点是指从点云数据中提取反映表面几何形状,具有稳定性、易区别性的点集。为了在提取特征过程中更加高效准确地处理不同密度和不规则形状的点云数据,考虑到根据点云的局部区域密度及先验知识来优化匹配的策略。根据点云在局部区域内的密度变化来调整邻域大小或搜索范围。在点云密集的区域,算法可能选择更小的邻域来减少计算复杂度和提高匹配精度;而在点云稀疏的区域,算法可能增大邻域大小来确保足够的邻近点参与计算,从而提高稳定性和鲁棒性。在特征点提取过程中,依据单一的几何特征提取的特征点会导致特征区域较为密集、区分度低、特征信息不完整且特征描述复杂。为此,本文依据邻域表面弯曲程度、采样点

与邻近点之间的法向量夹角和邻域平均曲率提取特征点,并构建曲率特征参数(CCP)二次提取特征点的方法,记作NVCP。特征点提取流程如图 1 所示。

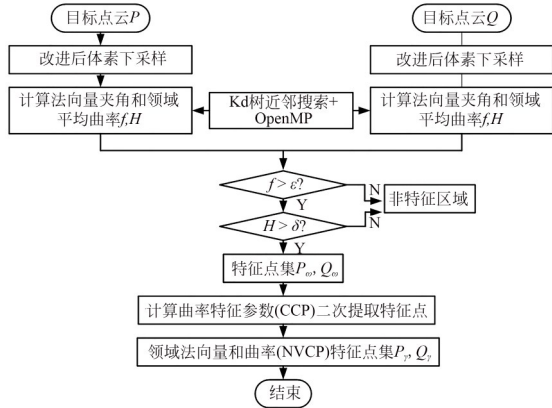


图 1 特征点提取流程

Fig. 1 Feature points extraction process

### 2.1 邻域

对于密度较大且有噪声的点云,首先采用体素网格滤波,降低计算复杂度,然后依据局部区域的邻近点分布体现邻域表面的弯曲程度。为了保留点云较为完整的局部特征,将点云  $P$  按边长为  $L$  的体素网格进行划分,计算体素网格重心点  $M(x, y, z)$ ,用计算得到的重心点作为滤波点将点云  $P$  削减至 45%~60%。

$$M(x, y, z) = \frac{\sum_{i=1}^{N_k} (x_i, y_i, z_i)}{N_k}, \quad (1)$$

式中,  $N_k$  表示体素网格内点数量。

经下采样后,本文依据不同半径邻域内邻近点的疏密情况定义邻域表面弯曲程度,若采样点与周围邻近点较为密集,则表面起伏较大,即为特征区域;反之邻近点分布较稀疏,则表面较平坦,即为非特征区域。以采样点  $p_i$  为圆心,不同半径的搜索空间内的邻近点与采样点  $p_i$  欧氏距离最近的点,其中搜索半径  $r$  内邻近点数量为  $k_i$ 、搜索半径  $R$  内邻近点数量为  $k_j$  ( $k_j > k_i$ )。设所需邻近点数量  $N$  为 10,若  $k_i < N < k_j$ ,选取  $R$  为半径邻域搜索  $p_i$  邻近点,即  $k_j = N$ ,如图 2(a) 所示;若  $N \leq k_i < k_j$ ,则  $p_i$  在半径  $r$  邻域内采用  $k$  最近邻域搜索邻近点,即  $k_i = N$ ,如图 2(b) 所示。

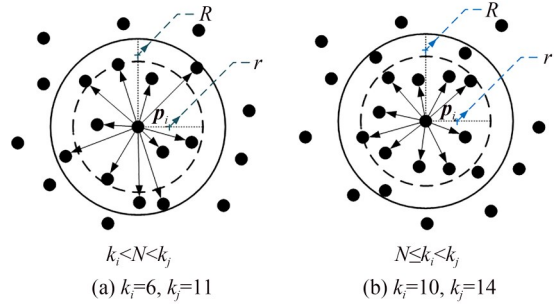


图 2 点  $p_i$  的邻域

Fig. 2 Neighborhood of point  $p_i$

### 2.2 法向量和曲率

#### 2.2.1 法向量

法向量(NV)和曲率是点云数据的重要几何特征,具有旋转、平移不变性,本文采用局部表面拟合的方法计算点云法线<sup>[28]</sup>。对于点云  $P = \{p_i \in \mathbb{R}^3, i = 1, 2, \dots, N\}$  中某一点  $p_i = [x_i \ y_i \ z_i]^T$ ,与其邻域内  $N$  个邻近点进行最小二乘平面拟合得到局部平面  $F$ ,公式如式(2)所示:

$$F(n, d) = \arg \min_{(n, d)} \sum_{i=1}^N (n \cdot p_i - d)^2, \quad (2)$$

其中:  $n$  表示平面  $F$  的法向量;  $d$  表示平面  $F$  到坐标原点的距离。

由于局部平面  $F$  经过  $p_i$  与其  $N$  个邻近点的质心  $\bar{p}$ ,其计算公式如式(3)所示:

$$\bar{p} = \frac{1}{N+1} \sum_{i=1}^{N+1} p_i. \quad (3)$$

局部平面  $F$  法向量需满足  $\|n\|_2 = 1$ , 设  $C = \{p_i | i = 1, 2, \dots, N\}$ , 则构造协方差矩阵  $C$ , 公式如式(4)所示:

$$C = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (p_i - \bar{p})(p_i - \bar{p})^T, \quad (4)$$

$$Cn_i^j = \lambda_i^j n_i^j, \quad j = \{1, 2, 3\}, \quad (5)$$

式中,  $n_i^j$  表示  $C$  的特征值  $\lambda_i^j$  对应的特征向量。通过求解协方差矩阵  $C$  得到的特征值  $\lambda_i^1, \lambda_i^2, \lambda_i^3$ , 记  $\lambda_i^1 < \lambda_i^2 < \lambda_i^3$ , 则最小特征值  $\lambda_i^1$  对应的特征向量  $n_i^1$  为  $p_i$  的法向量。

依据点云法向量分布特征,定义采样点与其邻近点的法向量夹角来描述邻域表面的弯曲程度提取点云的特征区域,计算点  $p_i$  与其邻近点法向量内积均值表示法向量夹角特征度  $f$ :

$$f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |n_i \cdot n_{ij}| = |n_{xi} \cdot n_{xij} + n_{yi} \cdot n_{yij} + n_{zi} \cdot n_{zij}| \cdot \cos(n_i, n_{ij}), \quad (6)$$

其中:  $f \in [0, 1]$ ,  $n_i$  表示点  $p_i$  的法向量,  $n_{ij}$  表示邻近点  $p_{ij}$  的法向量。如图 3(a),  $p_i$  与邻近点法向量夹角较小, 选取适当的阈值  $\epsilon$ , 若  $f < \epsilon$ , 则  $p_i$  处表面弯曲程度较小, 该区域为非特征区域,  $p_i$  为非特征点; 如图 3(b),  $p_i$  与邻近点法向量夹角较大, 若  $f > \epsilon$ , 则  $p_i$  处表面弯曲程度较大, 该区域为特征区域,  $p_i$  为特征点。

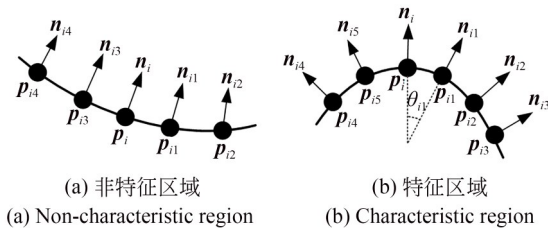


图 3 不同区域的法向量分布

Fig. 3 Distribution of normal vectors in different regions

## 2.2.2 邻域曲率

作为三维空间中基本几何属性之一, 曲率是衡量法向量变化的微分属性, 也能描述邻域表面的弯曲程度。其中, 平均曲率在微分几何中具有特殊的地位, 意味着平均曲率在刚体变换中能够保持不变。将上述依据法向量夹角提取的特征区域通过二次曲面逼近估计邻域内每点处的曲率特性, 邻域曲率(NC)计算方法<sup>[29]</sup>如下:

(1) 选取特征区域任意一点  $p$ , 建立  $p$  处邻域, 设二次曲面方程为:

$$\mathbf{r}(u, v) = \sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^2 \mathbf{Q}_{ij} f_{i,2}(u) f_{j,2}(v), \quad (7)$$

式中,  $\mathbf{Q}$  表示系数矩阵。

(2) 计算曲面  $p$  点处高斯曲率  $K$  和平均曲率  $H$ 。曲面在  $\boldsymbol{\mu}$  方向的法曲率为:

$$k_n = \frac{\boldsymbol{\mu}^T \boldsymbol{\eta}_2 \boldsymbol{\mu}}{\boldsymbol{\mu}^T \boldsymbol{\eta}_1 \boldsymbol{\mu}}, \quad (8)$$

其中:  $\boldsymbol{\mu} = [du, dv]^T$ ,  $\boldsymbol{\eta}_1$  和  $\boldsymbol{\eta}_2$  表示第一和第二基本量。

通过二次曲面  $\mathbf{r}(u, v)$  求得  $p$  点处、一阶偏导和二阶偏导:

$$\mathbf{n} = \frac{(\mathbf{r}_u \cdot \mathbf{r}_v)}{(|\mathbf{r}_u \cdot \mathbf{r}_v|)}, \quad (9)$$

$$\mathbf{r}_u = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u}, \mathbf{r}_v = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial v}, \quad (10)$$

$$\mathbf{r}_{uu} = \frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial u^2}, \mathbf{r}_{uv} = \frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial u \partial v}, \mathbf{r}_{vv} = \frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial v^2}. \quad (11)$$

由式(10)推导第一基本量:

$$\boldsymbol{\eta}_1 = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u} & \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial v} \\ \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial v} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u} & \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial v} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E & F \\ F & G \end{bmatrix}. \quad (12)$$

由式(9)和式(11)推导第二基本量:

$$\boldsymbol{\eta}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{n} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial u^2} & \mathbf{n} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial u \partial v} \\ \mathbf{n} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial u \partial v} & \mathbf{n} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial v^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L & M \\ M & N \end{bmatrix}. \quad (13)$$

由式(11)和式(12)求解出  $K$  和  $H$ 。

$$K = \frac{LN - M^2}{EG - F^2}, H = \frac{EN - 2FM + GL}{2(EG - F^2)}. \quad (14)$$

(3) 计算曲面  $p$  点处主曲率  $k_1$  和  $k_2$ :

将式(8)展开为:

$$\begin{cases} (L - k_n E) du + (M - k_n F) dv = 0 \\ (M - k_n F) du + (N - k_n G) dv = 0 \end{cases}. \quad (15)$$

消除  $du, dv$  可得:

$$|\boldsymbol{\eta}_1| k_n^2 - (EN - 2FN + GL) k_n + |\boldsymbol{\eta}_2| = 0. \quad (16)$$

将式(14)代入式(16)得:

$$|\boldsymbol{\eta}_1| (k_n^2 + 2Hk_n + K) = 0. \quad (17)$$

由于  $|\boldsymbol{\eta}_1| \neq 0$ , 通过式(17)求解得出主曲率

$k_1, k_2$ :

$$\begin{cases} k_1 = H + \sqrt{H^2 - K} \\ k_2 = H - \sqrt{H^2 - K} \\ K = k_1 \cdot k_2, H = \frac{(k_1 + k_2)}{2} \end{cases}. \quad (18)$$

依据法向量夹角提取的特征区域计算点  $P$  处邻域的平均曲率  $H$ , 并与曲率阈值  $\delta$  进行比较, 若  $H < \delta$ , 则删除小于阈值的点作为非特征区域; 反之, 若  $H > \delta$ , 则保留大于阈值的点作为特征点集  $P_\omega, Q_\omega$ 。

## 2.3 曲率特征参数

由于邻域曲率是通过曲面的微分几何性质进行估算, 因此提取的特征区域中存在大量与特征点集合内具有相似曲率的点。为了消除邻域曲率是估算值的影响, 剔除具有相似曲率的非特征点, 构造曲率特征参数(CCP)<sup>[30]</sup>对特征点集  $P_\omega, Q_\omega$  提取邻域内曲率变化最大的点作为特征点。点  $p_i$  曲率特征参数(CCP)定义为:

$$\varphi(p_i) = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \arctan \frac{k_1(p_i) + k_2(p_i)}{k_1(p_i) - k_2(p_i)}, \quad (19)$$

其中:  $\varphi(p_i) \in (0, 1)$ ,  $k_1(p_i), k_2(p_i)$  表示点  $p_i$  最大主曲率、最小主曲率。

根据此定义,判断点  $p_i$  是否为特征点的条件为:

$$\varphi(p_i) > \max(\varphi(p_{i1}), \varphi(p_{i2}), \dots, \varphi(p_{ik})), \quad (20)$$

$$\varphi(p_i) < \min(\varphi(p_{i1}), \varphi(p_{i2}), \dots, \varphi(p_{ik})), \quad (21)$$

式中,  $\varphi(p_{i1}), \varphi(p_{i2}), \dots, \varphi(p_{ik})$  表示  $p_i$  邻近点的曲率特征参数。若满足式(14),则邻域表面为凸面,  $p_i$  表示邻域凸点;若满足式(15),则邻域表面为凹面,  $p_i$  表示邻域凹点。上述条件满足其一,即  $p_i$  为其邻域内曲率变化最大的点,则将其提取为特征点集  $P_\gamma, Q_\gamma$ 。

### 3 点云配准

由于特征点仅含有自身的几何特征信息,识别度较低,无法建立特征点集之间的相互联系。为此,本文引入带有法向量和邻域曲率特征信息的快速点特征直方图描述特征点,并依据设定距离阈值的采样一致性算法(Sample Consensus Initial Alignment, SAC-IA)对具有相似 FPFH 特征信息进行特征匹配,从而计算出初始配准参数。最后采用线性最小二乘优化的点到面 ICP 算法,实现精确配准,配准流程如图 4 所示。

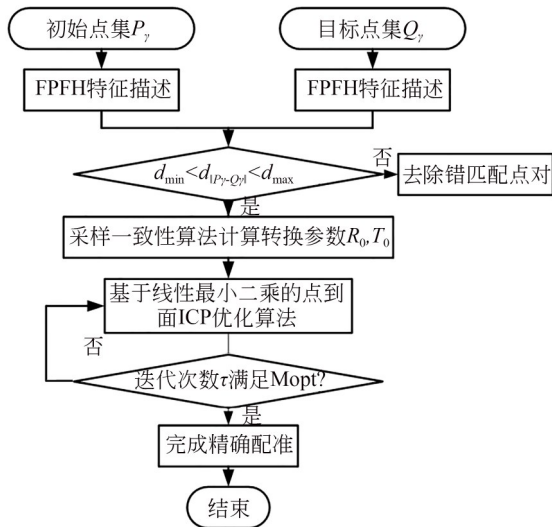


图 4 配准流程

Fig. 4 Registration process

### 3.1 初始配准

#### 3.1.1 特征描述

FPFH 特征是通过计算特征点及其邻近点的空间差异,将邻近点间的法向量特征描述差异程度进行参数化,并形成 3 维特征直方图,从而得到特征点  $p_i$  及其邻近点的几何属性相互关联。如图 5 所示,其中  $p_{ij}(j=1, 2, \dots, 5)$  表示以特征点  $p_i$  为中心、半径为  $r$  的邻近点。

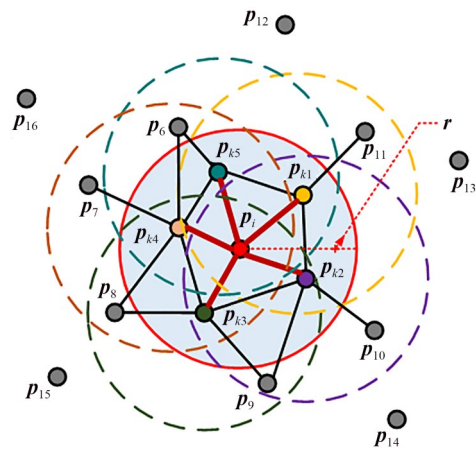


图 5 特征点  $p_i$  及其邻近点影响范围

Fig. 5 Rang of feature point  $p_i$  and its neighborhood points estimated

具体计算过程如下:

(1)以特征点集  $p_\gamma$  中任意一点  $p_i$  为中心,建立  $p_i$  及其邻近点  $p_j$  之间的  $uvw$  局部坐标系,如图 6 所示。

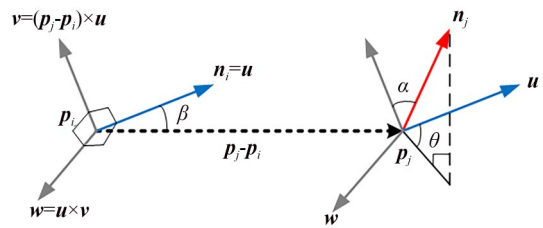


图 6  $uvw$  局部坐标系

Fig. 6  $uvw$  Local coordinate system

其中  $(u, v, w)$  为:

$$\begin{cases} u = n_i \\ v = u \times \frac{(p_j - p_i)}{d} \\ w = u \times v \end{cases}, \quad (22)$$

式中,  $d$  表示  $p_i$  与  $p_j$  之间的欧式距离  $\|p_j - p_i\|$ 。

(2) 计算特征点  $p_i$  及其邻近点  $p_j$  之间的四参数  $(\alpha, \beta, \theta, d)$ , 表示两点之间的位置关系。

$$\begin{cases} \alpha = v \cdot n_j \\ \beta = u \cdot \frac{p_j - p_i}{d} \\ \theta = \arctan(w \cdot n_i, u \cdot n_j) \\ d = \|p_j - p_i\| \end{cases}, \quad (23)$$

其中,  $\alpha, \beta, \theta$  表示  $p_i$  与  $p_j$  之间法向量夹角,  $d$  表示  $p_i$  与  $p_j$  之间的欧式距离。

(3) 计算邻域内每一个邻近点的简化特征直方图 (Simple Point Feature Histograms, SPFH), 并引入距离权值得到 FPFH。

$$FPFH(p_i) = SPFH(p_i) + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{d_m} \cdot SPFH(p_j), \quad (24)$$

式中,  $d_m$  表示距离权值, 即特征点  $p_i$  与其邻近点  $p_j$  之间的欧式距离。

### 3.1.2 坐标转换

将上述计算得到具有 FPFH 特征的特征点集  $P, Q$  使用采用一致性算法匹配对应点对。首先从  $P$  中随机选取  $n$  个采样点, 并设定距离阈值  $d_{\min} < d_{\|P-Q\|} < d_{\max}$  与最大迭代次数  $N_{\max}$ , 最大迭代次数的选取, 影响着配准的效率和结果的精确性, 主要考虑以下几点: 点云数据的大小和复杂度, 在初配准时需要更多的迭代来逐步优化配准参数; 配准算法的类型、预期效果的配准精度以及计算资源和时间限制同样也需要参考, 选择最大迭代次数时, 通常需要在迭代次数和配准质量、计算成本之间进行平衡。实际应用中, 可能需要通过实验和调整来确定最佳的迭代次数, 确保在满足精度要求的同时, 也兼顾效率。在实践中, 初始配准的迭代次数通常是通过预实验或调参过程中基于特定数据集和任务需求来确定的。从而保证采样点之间具有不同的 FPFH 特征, 提高初始配准效率; 然后从  $Q$  中寻找与采样点具有相似特征的点形成对应点对; 最后根据特征点集之间的对应关系计算坐标转换参数  $R_0$  和  $T_0$ , 得到坐标变化后的点云  $P'$ 。

### 3.2 基于线性最小二乘优化的点到面 ICP 精配准

初始配准后的点云  $P'$  和  $Q$  已具有较好的初

始位姿。由于传统 ICP 算法每次迭代都要搜索最近点对导致配准效率较低, 为此本文采用基于线性最小二乘优化的点到面 ICP 算法, 提高配准效率<sup>[27]</sup>。

在由点到面的方式计算转换矩阵是在 ICP 算法的基础上, 经过每次迭代中, 利用最小二乘法求出两个输入点集之间的最优的转换矩阵。

在经过上述对初始点云及目标点云之间的特征描述得到有效的初始变换矩阵后, 采用 ICP 算法来寻找到最近点作为该点的对应点。由点到面的 ICP 配准算法其实就是求出源点云与对应点云之间的最小距离的切平面, 假设  $o_i = (o_{ix}, o_{iy}, o_{iz}, 1)^T$  为一个源点, 其对应点的坐标为  $d_i = (d_{ix}, d_{iy}, d_{iz}, 1)^T$ ,  $d_i$  的单位法向量为  $n_i = (n_{ix}, n_{iy}, n_{iz}, 0)^T$ , 目的是找到在每一次迭代过程中找到  $M_{\text{opt}}$ , 使得:

$$M_{\text{opt}} = \arg \min_M \sum_i ((M \cdot o_i - d_i) \cdot n_i)^2, \quad (25)$$

其中,  $M$  和  $M_{\text{opt}}$  为三维刚性变换矩阵,  $M$  为一个旋转矩阵  $R(\alpha, \beta, \gamma)$  和平移矩阵  $T(t_x, t_y, t_z)$  组成。

$$R(\alpha, \beta, \gamma) = Rx(\alpha) \cdot Ry(\beta) \cdot Rz(\gamma), \quad (26)$$

$$T(t_x, t_y, t_z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & 0 & t_y \\ 0 & 0 & 1 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (27)$$

其中:  $Rx(\alpha), Ry(\beta), Rz(\gamma)$  分别是模型在  $x$  轴,  $y$  轴,  $z$  轴的旋转角度  $\alpha, \beta, \gamma$  得到的, 当旋转角度不变或者相对较小时, 认为  $\sin \theta = \theta$  且  $\cos \theta = 1$ , 因此当  $\alpha, \beta, \gamma \approx 0$  时, 采用线性最小二乘方法时, 可以得出以下公式:

$$\hat{M} = T(t_x, t_y, t_z) \cdot \hat{R}(\alpha, \beta, \gamma) = \begin{bmatrix} 1 & -\gamma & \beta & t_x \\ \gamma & 1 & -\alpha & t_y \\ -\beta & \alpha & 1 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (28)$$

可以将 (25) 式改写为:

$$M_{\text{opt}} = \arg \min_M \sum_i ((\hat{M} \cdot o_i - d_i) \cdot n_i)^2, \quad (29)$$

上式中的每一个  $(\hat{M} \cdot o_i - d_i) \cdot n_i$  可以写成包含 6 个参数  $(\alpha, \beta, \gamma, t_x, t_y, t_z)$  的线性表达式:

$$(\hat{M} \cdot o_i - d_i) \cdot n_i = \hat{M} \cdot \begin{bmatrix} o_{ix} \\ o_{iy} \\ o_{iz} \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} d_{ix} \\ d_{iy} \\ d_{iz} \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} n_{ix} \\ n_{iy} \\ n_{iz} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (30)$$

这里给  $N$  对对应点可以将  $(\hat{M} \cdot o_i - d_i) \cdot n_i, 1 \leq i \leq N$ , 写成表达式为  $Ax - b = 0$ 。

从而求得  $x = (\alpha, \beta, \gamma, t_x, t_y, t_z)^T$ , 将  $x$  代入到式(28)中, 即可求出旋转后的平移矩阵。

## 4 实验结果与分析

为验证文章算法在不同程度噪声环境与不同程度数据缺失情况下的有效性和可行性, 同样也是为了增强数据的多样性, 而且在数量级都大致相等的情况下, 选取了不同的测试数据进行实例验证, 实验通过 VC++ 编程实现。实验一和实验二: 采用 Stanford 大学 3D 点云数据集中不同视角下的 Bunny (28 869 & 29 491) 点云模型和 Dragon (74 488 & 73 612) 点云模型在不同程度噪声和数据缺失不完整情况下进行配准, 以评估本文算法的抗噪性和有效性; 实验三: 使用青岛秀山移动测量有限公司的移动测量系统采集的两期车载激光点云数据进行实例验证本文配准算法的鲁棒性, 采集对象为山东科技大学 J1 教学大楼 (474 518 & 943 029)。此外, 为衡量配准精度, 本文通过计算均方根误差 (Root Mean Square Error, RMSE) 作为配准精度的量化指标, RMSE 为源点云与目标点云之间的平均距离。  $\mathcal{J}_{RMSE}$  定义为:

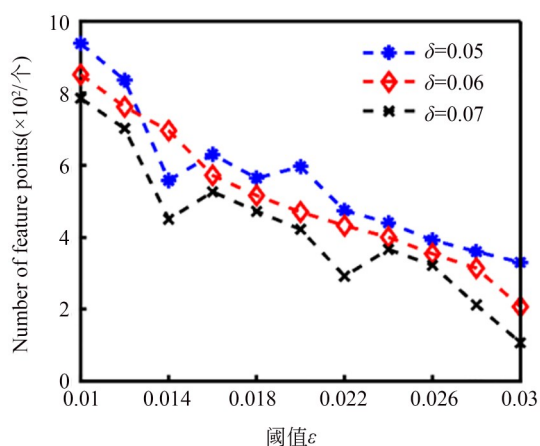
$$\mathcal{J}_{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [(x_i^Q - x_j^P)^2 + (y_i^Q - y_j^P)^2 + (z_i^Q - z_j^P)^2]}, \quad (31)$$

其中:  $N$  表示匹配点对数量,  $(x_i^Q, y_i^Q, z_i^Q)$  为待配准点云的坐标,  $(x_j^P, y_j^P, z_j^P)$  为目标点云的坐标。

### 4.1 特征点阈值选取分析

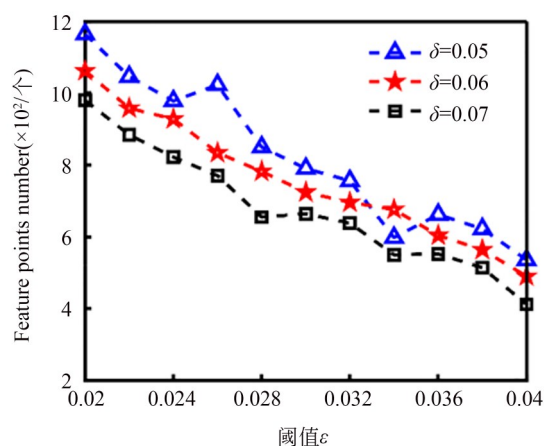
由于特征提取是点云配准的关键步骤, 并且法向量夹角阈值  $\epsilon$  和曲率阈值  $\delta$  直接决定提取特征点的数量, 影响配准误差和点云配准的整体效率, 因此本节对阈值  $\epsilon$  和  $\delta$  的选取进行大量实验。选取 Bunny 阈值  $\epsilon$  和  $\delta$  的范围在 0.01~0.03 和 0.005~0.007; Dragon 阈值  $\epsilon$  和  $\delta$  的范围在 0.01~0.03 和 0.005~0.007, 实验结果如图 7 所示。

由图 7(a)~7(b) 可以看出, 随着阈值  $\epsilon$  和  $\delta$  的增大, 提取的特征点数量逐渐减少; 观察图 7(c)~7(f), 阈值  $\epsilon$  在 0.02 和 0.03 处发生较大的波动, 说明提取的特征点集存在较多的非特征点、产生错误的匹配点对以及点云特征较复杂从而增大 Bunny, Dragon 的配准误差和运行时间, 而阈值  $\delta$  为 0.005 和 0.006 所对应阈值  $\epsilon$  在 0.026~0.03 和 0.024~0.028 范围内的配准误差与运行时间较低, 说明阈值  $\epsilon$  和  $\delta$  在该范围内提取的特征点区分度高、特征明显。综合考虑, 阈值  $(\epsilon, \delta)$  在 (0.028, 0.005) 和 (0.026, 0.006) 处 Bunny, Dragon 的配准结果最佳, 其特征点数量为 360 个、834 个, 配准误差为  $3.231 \times 10^{-4}$  mm  $1.676 \times 10^{-4}$  mm, 运行时间约为 19 s, 30 s。



(a) Bunny特征点数量

(a) Feature points number of Bunny



(b) Dragon特征点数量

(b) Feature points number of Dragon

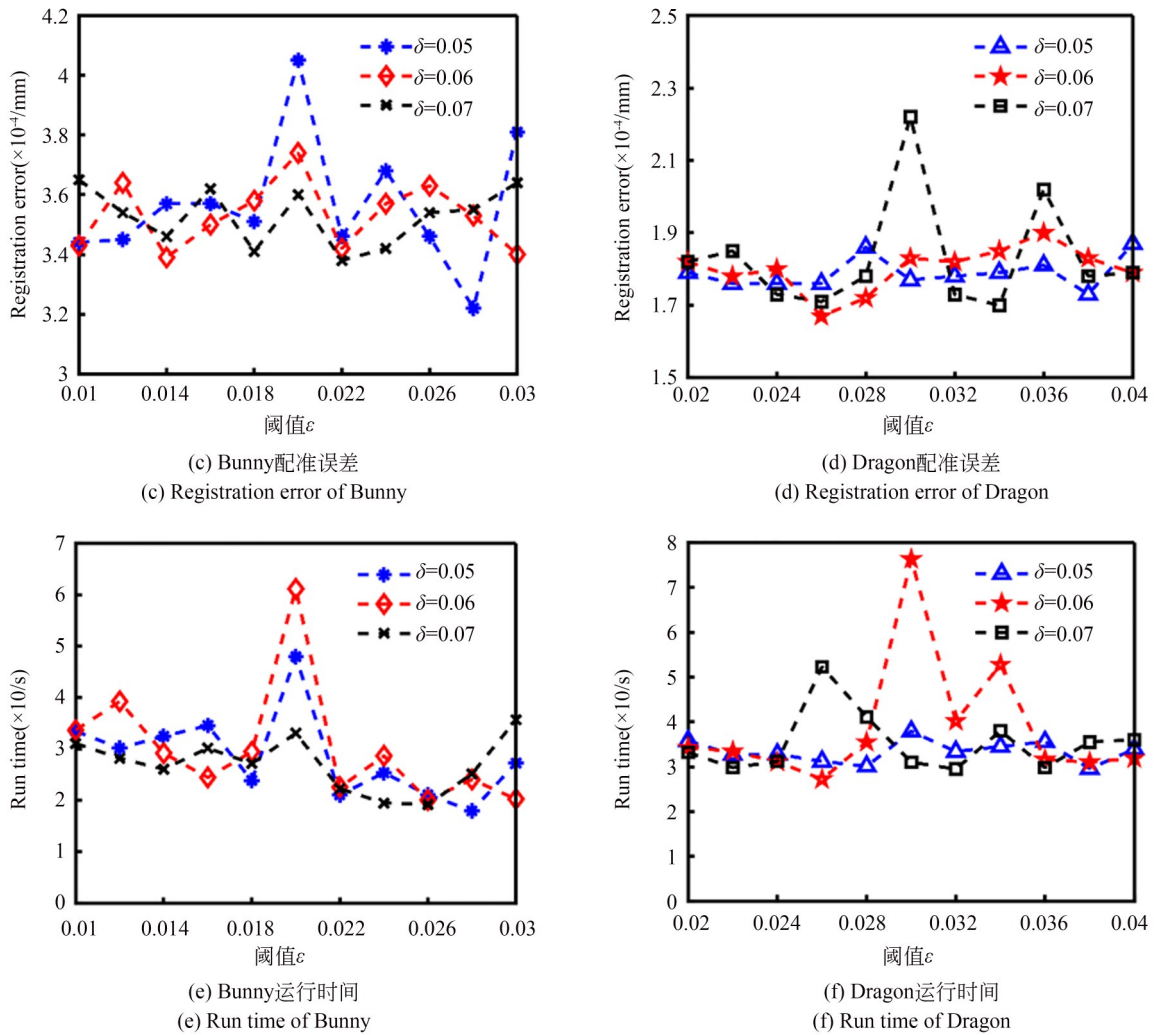


图 7 不同阈值对配准的影响

Fig. 7 Influence of different thresholds on registration

#### 4.2 特征点提取结果对比

为体现依据不同几何特征提取特征点的可靠性,将本文特征点提取算法(NVCP)与法向量(NV)、邻域曲率(NC)、曲率特征参数(CCP)以及通过两两组合的提取特征点方法进行对比,并分析对其提取特征点的数量与配准误差的影响,如图8所示。

由图8(a)可知,依据邻域曲率(NC)提取的特征点数量最多;法向量(NV)提取的特征点数量次之;不同几何特征组合相比于单一特征形式提取的特征点数量较少;而本文提取算法(NVCP)提取的特征点数量最少。从图8(b)可以看出,由于单一几何特征提取的特征点集较为密集、区分度低,导致其配准误差高于不同几何特征组合提取的特征点的配准误差,而NVCP提

取的特征点的配准误差最小。

#### 4.3 不同程度噪声环境配准实验

为验证本文算法在不同噪声环境下的抗噪性,本节实验对Bunny点云分别添加 $\sigma=0.001$ ,  $\sigma=0.02$ ,即密度函数为 $G(0, \sigma^2)$ 的高斯噪声,然后对添加噪声后的点云进行配准,配准效果如图9所示。将本文算法与传统ICP算法、ISS+SAC-IA+ICP算法和基于四点一致集(Key points-based 4-Points Congruent Sets, K-4PCS)+ICP算法配准结果进行对比分析,结果如表1所示。

从图9可以看出,本文算法和ISS+SAC-IA+ICP算法在无噪声环境下能够实现精确配准,但随着噪声变大,后者的配准效果逐渐变差。从图9(b)可以看出,传统ICP算法的配准情况受

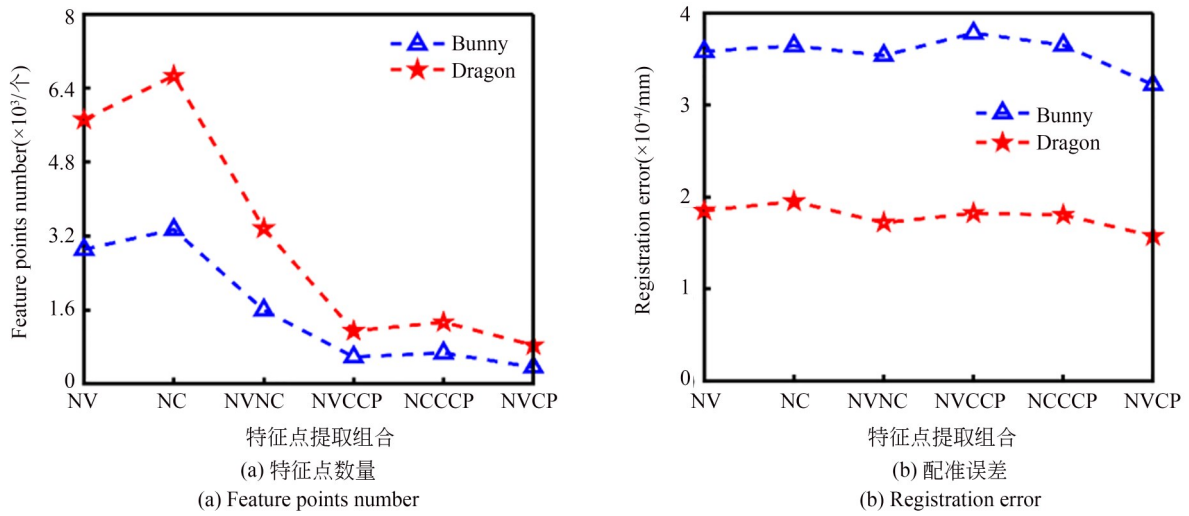


图 8 不同提取方法对配准的影响

Fig. 8 Influence of different extraction methods on registration

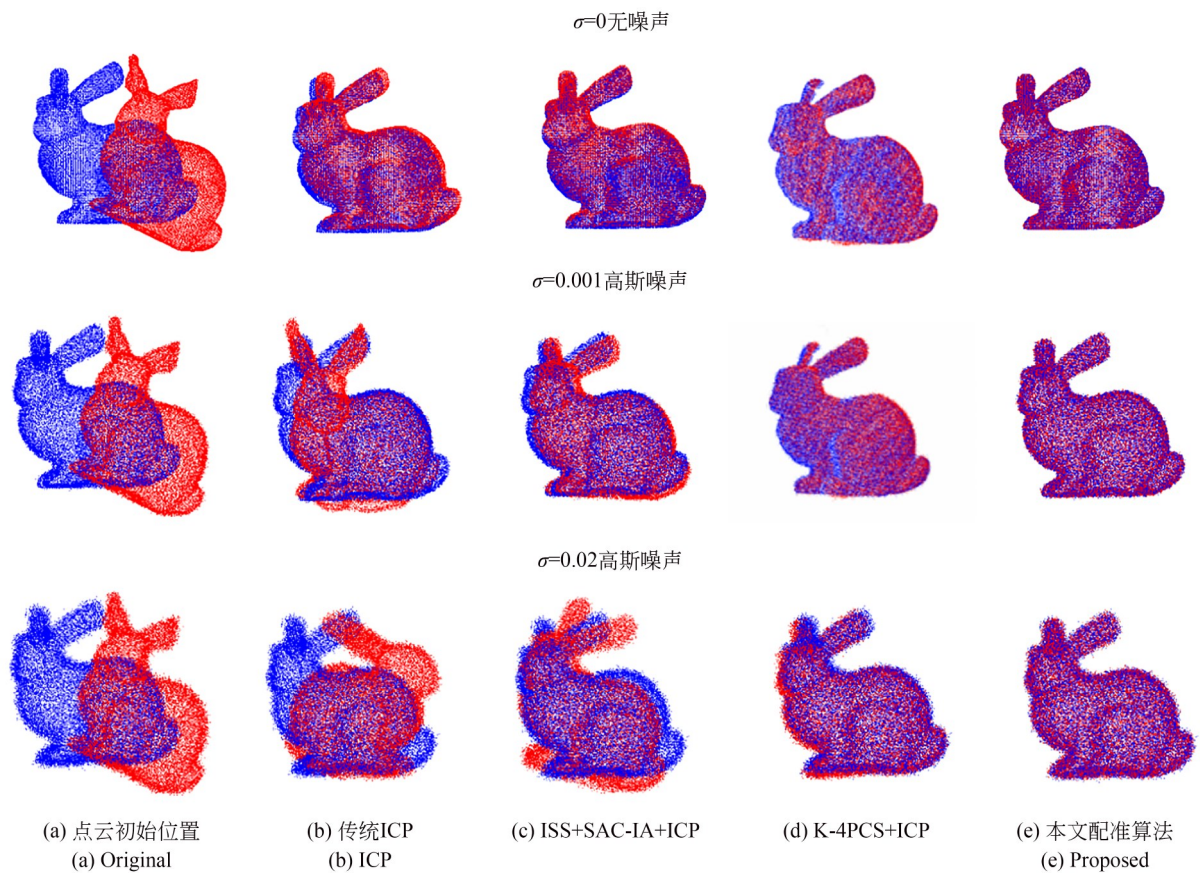


图 9 Bunny 点云配准效果

Fig. 9 Registration effects of Bunny point cloud

噪声的影响最大,其中,在 $\sigma=0.02$ 高斯噪声环境下的配准效果最差。从图 9(c)和图 9(e)可以看出,本文提出的粗配准方法不受噪声的影响,能

够为点云提供良好的初始位置,且经过粗配准后的点云数据配准效果更好。从表 1 可以看出,本文算法的配准精度和配准效率均高于其他几种

表 1 Bunny 点云的不同算法配准结果对比

Tab. 1 Comparison of registration results of different algorithms for Bunny point cloud

噪声	传统 ICP 算法		ISS+SAC-IA+ICP		K-4PCS+ICP		本文算法	
	RMSE/mm	Time/s	RMSE/mm	Time/s	RMSE/mm	Time/s	RMSE/mm	Time /s
$\sigma=0$	0.232	32.47	0.152	25.85	0.339	23.35	0.035	18.01
$\sigma=0.001$	0.487	45.21	0.363	31.54	0.525	32.90	0.040	22.35
$\sigma=0.02$	1.127	59.64	0.526	40.79	0.894	40.53	0.049	26.07

算法,且在不同噪声环境下同样保持良好的配准效果,具有较强的抗噪性。

#### 4.4 不同程度数据缺失配准实验

为验证本文算法在不同程度数据和缺失情况下配准的性能,本节实验对 Dragon 点云进行

20%,50% 随机数据缺失处理,然后对数据缺失的点云进行配准,配准效果如图 10 所示。同样地,将本文算法与传统 ICP 算法,ISS+SAC-IA+ICP 算法和 K-4PCS+ICP 算法配准结果进行对比分析,结果如表 2 所示。



图 10 Dragon 点云配准效果

Fig. 10 Registration effects of Dragon point cloud

表 2 Dragon 点云的不同算法配准结果对比

Tab. 2 Comparison of registration results of different algorithms for Dragon point cloud

数据缺失	传统 ICP 算法		ISS+SAC-IA+ICP		K-4PCS+ICP		本文算法	
	RMSE/mm	Time/s	RMSE/mm	Time/s	RMSE/mm	Time/s	RMSE/mm	Time/s
0%	0.201	76.96	0.076	43.62	0.139	85.13	0.038	30.25
20%	0.458	80.70	0.201	39.16	0.242	22.09	0.036	28.12
50%	1.524	36.86	1.312	47.57	2.567	6.71	0.040	25.85

从图 10 发现,本文算法不受数据缺失的影响,在不同程度数据不完整情况下依旧能够实现精确配准,且配准效果最佳。从图 10(b)和图 10(c)可以看出,传统 ICP 算法和 ISS+SAC-IA+ICP 算法随着数据缺失程度变大,配准效果逐渐变差,在数据缺失 50% 时,由于对应点的缺失导致配准产生严重的畸变,因此配准效果最差。由图 10(d)和图 10(e)并结合表 2 可以看出,本文算法相比其他几种算法在不同程度数据缺失不完整情况下配准的精度和效率最高。

#### 4.5 实例验证

由于在数据采集过程中,时常受到遮挡、视角、噪声干扰等外界环境因素导致点云数据缺失且特征复杂的情况,为此本节实验采用山东科技大学 J1 教学大楼在采集的两期车载激光点云数据下进行对比实验,从而验证本文算法在实际应用中的鲁棒性。经预处理后点云数量为 521 531

和 943 029,点云初始位置误差为 3.5 m,学校 J1 教学楼点云数据如图 11 所示。

由图 11 中可知,教学大楼左右两侧窗户之间,以及正面的两侧柱子由于受到车辆和周围树木的遮挡及其外界因素而导致点云数据的缺失,同时包含有大量的噪声点,适当地对其进行处理,以便简化点云数据。在提取目标物体的特征点时,要考虑其法向量及其曲率阈值的影响及效率,结合算法的鲁棒性条件,选取法向量阈值和曲率阈值的范围大致在 0.2~0.9,0.05~0.08 之间,实验结果如图 12 所示,由图可知特征点提取数量与法向量和曲率阈值的多少成反比,法向量阈值在 0.3~0.5 之间配准误差及运行时间较低,结合实验运行效果综合考虑阈值大约在 (0.401 4, 0.06) 时配准效果较好,提取的特征点数量为 64 291 个,配准误差为 0.310 4 mm。

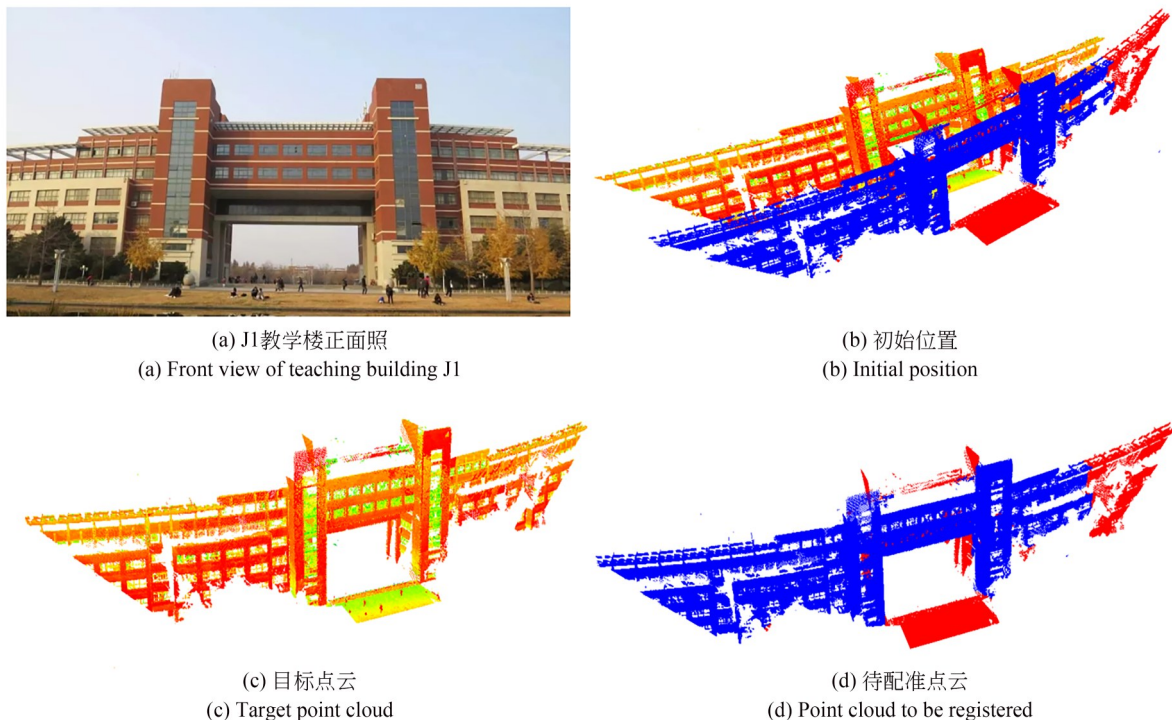


图 11 J1 教学楼点云数据

Fig. 11 Point cloud data of teaching building J1

为了评价本文算法的性能,采用了不同的算法配准算法对教学大楼点云数据进行了配准,各类算法的配准后的效果如下图 13 和图 14 所示,并将本文算法与传统 ICP 算法, K-4PCS 和 ISS+

SAC-IA 的 ICP 算法配准结果进行对比分析,结果如表 3 所示。

从图 13(a), 13(c), 13(d) 的局部放大图可以明显看出,大楼的左侧部分、右侧部分以及中间

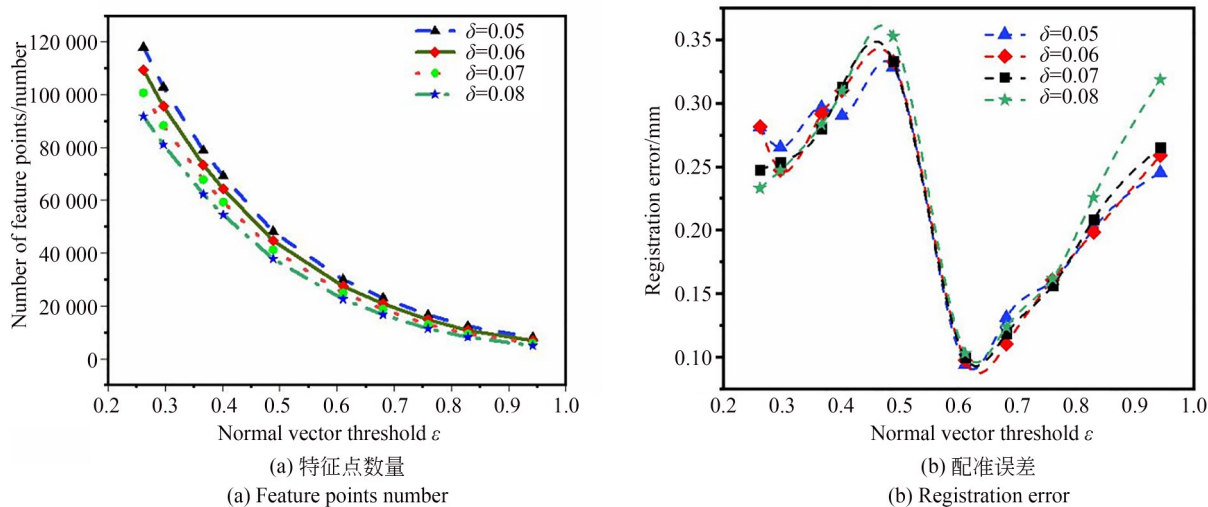


图 12 不同阈值条件下提取特征点数及配准误差

Fig. 12 Number of extracted feature points and registration error under different threshold conditions

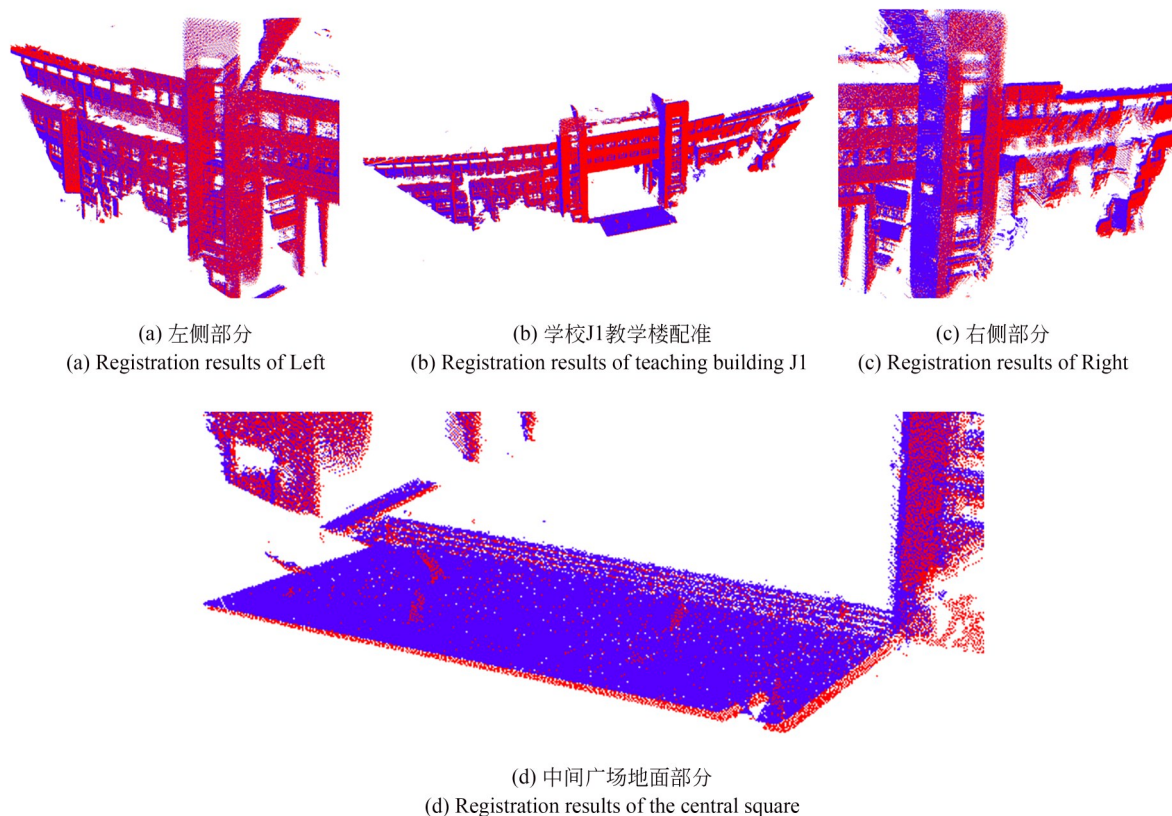


图 13 本文算法配准效果(蓝色为待配准点云;红色为目标点云;)

Fig. 13 Proposed algorithm registration results of school gate (Blue is the point cloud to be configured; Red is the target point cloud;)

两根柱子和地面部分得到完整的点云数据,左右两侧的配准效果较明显,两侧配有八个大字“身正是范,学高为师”能够清楚地看到,配准效

果较好。从图 14 可以看出,由于在多站下采集到的教学楼点云数据重叠率较低,通过传统的 ICP 配准算法进行粗配准无法得到较好的初始变换

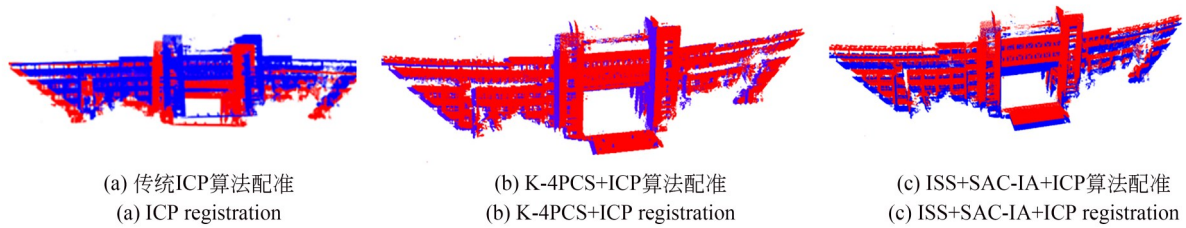


图 14 不同算法配准效果

Fig. 14 Different algorithm registration results of school gate

表 3 不同算法配准评估指标对比

Tab. 3 Comparison of different algorithmic alignment assessment metrics

实验数据	传统 ICP 算法		K-4PCS+ICP 配准		ISS+SAC-IA+ICP		本文算法配准	
	RMSE/cm	Time/s	RMSE/cm	Time/s	RMSE/cm	Time/s	RMSE/cm	Time/s
校门	80.175	269.32	28.24	251.409	27.968	282.16	15.12	172.52

参数,导致该算法配准结果陷入局部最优,配准效果较差;利用 K4PCS 算法和 ISS+SAC-IA+ICP 算法进行配准受噪声以及数据缺失的影响,从而陷入错配,其中前者配准效果最差。从定量角度分析来看,结合表 3 可以看出,与传统 ICP 算法相比,本文算法的配准精度和效率提高了约 81.14% 和 35.94%。与 K-4PCS+ICP 算法相比,本文算法的配准精度和效率提高了约 46.45% 和 31.37%。与 ISS+SAC-IA+ICP 算法相比,本文算法的配准精度和效率提高了约 45.92% 和 38.85%。本文算法的配准精度和效率都优于其他几种算法,在实际工程应用中具备一定的有效性。

## 5 结 论

在从不同视角采集多源点云数据的过程中,常常会遭遇强噪声和数据缺失等问题。这些挑战可能导致配准过程中次优解决方案和较差的鲁棒性。本文提出了一种基于自适应局部邻域条件下的点云匹配算法。该算法考虑到邻域表面的曲率,并结合法向量和曲率特征来提取特征点。经实验证明,该配准算法的均方根误差(RMSE)为 15.12 cm,配准时间为 172.52 s。这一结果有力地证实了该方法在处理大规模且重叠度低的点云时具备出色的鲁棒性。

## 参考文献:

- [1] 张岱伟,许彪,董友强,等. 一种局部平差影像添加策略的三维重建方法[J]. 测绘科学, 2020, 45(6): 103-109, 133.  
ZHANG D W, XU B, DONG Y Q, *et al.* The 3D-reconstruction based on a new strategy of adding images[J]. *Science of Surveying and Mapping*, 2020, 45(6): 103-109, 133. (in Chinese)
- [2] WANG G H, CHENG J. Three-dimensional reconstruction of hybrid surfaces using perspective shape from shading [J]. *Optik*, 2016, 127 (19) : 7740-7751.
- [3] JUN M. Target detection and recognition algorithm for moving UAV based on machine vision[J]. *Cluster Computing*, 2019, 22(2): 4263-4269.
- [4] WANG Z H, ZHAO Y, WANG S G. Approach for improving efficiency of three-dimensional object recognition in light-field display [J]. *Optical Engineering*, 2019, 58(12): 1.
- [5] BESL P J, MCKAY N D. A method for registration of 3-D shapes [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1992, 14 (2): 239-256.
- [6] RUSU R B, BLODOW N, BEETZ M. Fast point feature histograms (FPFH) for 3D registration[C]. 2009 *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Kobe, Japan. IEEE, 2009: 3212-

- 3217.
- [7] RUSU R B, BLOWDOW N, MARTON Z C, *et al.* Aligning point cloud views using persistent feature histograms[C]. 2008 *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Nice, France.* IEEE, 2008: 3384-3391.
- [8] JOHNSON A E, HEBERT M. Using spin images for efficient object recognition in cluttered 3D scenes [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1999, 21(5): 433-449.
- [9] SALTI S, TOMBARI F, DI STEFANO L. SHOT: unique signatures of histograms for surface and texture description [J]. *Computer Vision and Image Understanding*, 2014, 125: 251-264.
- [10] 刘飞, 黄瀚霖, 杨恬, 等. 面向狭窄场景的鲁棒多视角配准方法[J]. *红外与激光工程*, 2022, 51(12): 3788/IRLA20220114.
- LIU F, HUANG H L, YANG T, *et al.* Robust multi-view registration method for narrow scenes [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2022, 51(12): 3788/IRLA20220114. (in Chinese)
- [11] 孙培芪, 卜俊洲, 陶庭叶, 等. 基于特征点法向量的点云配准算法[J]. *测绘通报*, 2019(8): 48-53.
- SUN P Q, BU J Z, TAO T Y, *et al.* Point cloud registration algorithm based on feature point method vector[J]. *Bulletin of Surveying and Mapping*, 2019(8): 48-53. (in Chinese)
- [12] 李仁忠, 杨曼, 田瑜, 等. 基于ISS特征点结合改进ICP的点云配准算法[J]. *激光与光电子学进展*, 2017, 54(11): 111503.
- LI R Z, YANG M, TIAN Y, *et al.* Point cloud registration algorithm based on the ISS feature points combined with improved ICP algorithm[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2017, 54(11): 111503. (in Chinese)
- [13] 马骊溟, 徐毅, 李泽湘. 基于高斯曲率极值点的散乱点云数据特征点提取[J]. *系统仿真学报*, 2008, 20(9): 2341-2344.
- MA L M, XU Y, LI Z X. Extracting feature points for scattered points based on Gauss curvature extreme point[J]. *Journal of System Simulation*, 2008, 20(9): 2341-2344. (in Chinese)
- [14] 陆军, 彭仲涛, 夏桂华. 点云多法向量邻域特征配准算法[J]. *光电子·激光*, 2015, 26(4): 780-787.
- LU J, PENG Z T, XIA G H. Point cloud registration algorithm based on neighborhood features of multi-scale normal vectors[J]. *Journal of Optoelectronics·Laser*, 2015, 26(4): 780-787. (in Chinese)
- [15] LIU Y S, KONG D H, ZHAO D D, *et al.* A point cloud registration algorithm based on feature extraction and matching [J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2018, 2018: 7352691.
- [16] LIN C C, TAI Y C, LEE J J, *et al.* A novel point cloud registration using 2D image features [J]. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2017, 2017(1): 5.
- [17] THEILER P W, WEGNER J D, SCHINDLER K. Markerless point cloud registration with key-point-based 4-points congruent sets[J]. *ISPRS Annals of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, 2013, II-5/W2: 283-288.
- [18] 胡春梅, 费华杰, 夏国芳, 等. 激光扫描与摄影测量异源点云高精度配准方法[J]. *激光与光电子学进展*, 2022, 59(24): 2415007.
- HU C M, FEI H J, XIA G F, *et al.* High-precision registration of non-homologous point clouds in laser scanning and photogrammetry [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2022, 59(24): 2415007. (in Chinese)
- [19] 徐文菲, 金莉, 韩旭, 等. 面向缺失点云配准的镜像迭代最近点算法[J]. *西安交通大学学报*, 2023, 57(7): 201-212, 220.
- XU W F, JIN L, HAN X, *et al.* Mirrored iterative closest point algorithm for missing point cloud registration[J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2023, 57(7): 201-212, 220. (in Chinese)
- [20] 刘今越, 张港, 贾晓辉, 等. 基于曲率阈值的点云配准方法研究[J]. *激光与光电子学进展*, 2022, 59(18): 466-472.
- LIU J Y, ZHANG G, JIA X H, *et al.* Point cloud registration method based on curvature threshold [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2022, 59(18): 466-472. (in Chinese)
- [21] 杨鹏程, 杨朝, 孟杰, 等. 基于法向量和面状指数特征的文物点云棱界配准方法[J]. *中国光学(中英文)*, 2023, 16(3): 654-662.
- YANG P C, YANG Z, MENG J, *et al.* Aligning method for point cloud prism boundaries of cultural relics based on normal vector and faceted index features[J]. *Chinese Optics*, 2023, 16(3): 654-662. (in Chinese)

- [22] 张赵良,董一鸣,朱菊香,等. 基于ISS特征点结合改进ICP的点云配准算法[J]. 应用激光, 2023, 43(6): 124-131.  
ZHANG Z L, DONG Y M, ZHU J X, *et al.* An improved ICP point cloud registration algorithm based on ISS-FPFH features[J]. *Applied Laser*, 2023, 43(6): 124-131. (in Chinese)
- [23] 余永维,王康,杜柳青,等. 点云模型的匹配点对优化配准[J]. 光学精密工程, 2023, 31(4): 503-516.  
YU Y W, WANG K, DU L Q, *et al.* Matching point pair optimization registration method for point cloud model[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2023, 31(4): 503-516. (in Chinese)
- [24] AIJAZI A K, CHECCHIN P. Non-repetitive scanning LiDAR sensor for robust 3D point cloud registration in localization and mapping applications [J]. *Sensors*, 2024, 24(2): 378.
- [25] KIRSCH A, GÜNTER A, KÖNIG M. Predicting alignability of point cloud pairs for point cloud registration using features[C]. *2022 12th International Conference on Pattern Recognition Systems (ICPRS)*. Saint-Etienne, France. IEEE, 2022: 1-6.
- [26] GAO Q H, ZHAO Y, XI L, *et al.* Break and splice: a statistical method for non-rigid point cloud registration[J]. *Computer Graphics Forum*, 2023, 42(6): e14788.
- [27] XU N, QIN R, SONG S. Point cloud registration for LiDAR and photogrammetric data: a critical synthesis and performance analysis on classic and deep learning algorithms [J]. *ISPRS open journal of photogrammetry and remote sensing*, 2023, 8: 100032.
- [28] 孙文潇,王健,梁周雁,等. 法线特征约束的激光点云精确配准[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2020, 45(7): 988-995.  
SUN W X, WANG J, LIANG Z Y, *et al.* Accurate registration of laser point cloud based on normal feature constraint[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2020, 45(7): 988-995. (in Chinese)
- [29] YANG M, LEE E. Segmentation of measured point data using a parametric quadric surface approximation [J]. *Computer-Aided Design*, 1999, 31(7): 449-457.
- [30] 李新春,闫振宇,林森,等. 基于邻域特征点提取和匹配的点云配准[J]. 光子学报, 2020, 49(4): 0415001.  
LI X C, YAN Z Y, LIN S, *et al.* Point cloud registration based on neighborhood characteristic point extraction and matching[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2020, 49(4): 0415001. (in Chinese)

## 作者简介:



李晋儒(1994—),男,山西晋中人,硕士,助理工程师,2022年于山东科技大学获得硕士学位,主要从事摄影测量遥感及三维点云数据处理的研究。E-mail: jrli\_2019@163.com

## 通讯作者:



王 晋(1988—),男,河南商丘人,博士,2010年于长安大学获得学士学位,2012年于武汉大学获得硕士学位,2018年于武汉大学获得博士学位,主要研究方向为星载激光测高与光学影像联合处理技术。E-mail: chdrs\_wj@163.com