

文章编号 1004-924X(2024)13-2103-09

基于动态阈值的距离搜索初轨确定

雷祥旭^{1,2,3}, 劳振迪¹, 王东亚⁴, 王鲲鹏⁴, 陈俊宇^{5*}, 赵 有², 李亚亚⁶

(1. 山东理工大学 建筑工程与空间信息学院, 山东 淄博 255000;

2. 中国科学院国家天文台, 北京 100101;

3. 中国科学院 精密测量科学与技术创新研究院

大地测量与地球动力学国家重点实验室, 湖北 武汉 430077;

4. 北京跟踪与通信技术研究所, 北京 100094;

5. 昆明理工大学 国土资源工程学院, 云南 昆明 650093;

6. 北京开运平行空间技术有限公司, 北京 101106)

摘要:提出一种改进的初轨确定算法, 基于动态阈值的距离搜索方法, 以改进传统算法在处理数据时初轨成功率和初轨误差。通过动态调整搜索阈值, 旨在实现更精准和高效的初轨确定, 以满足当前对空间目标初轨确定的需求; 利用 LEO, MEO 和 GEO 目标的实测角度数据开展算法测试。介绍了基于动态阈值的距离搜索算法的实现过程, 基于数据处理的经验, 用动态阈值实现初轨参数质量控制环节的轨道筛选。给出了详细的算法实现流程。利用 TLE(Two Line Elements)评估了初轨确定参数误差。基于“烛龙”观测网的中低轨目标和中国科学院长春人造卫星观测站的高轨目标的实测角度数据, 开展算法测试。结果表明: LEO, MEO 和 GEO 目标短弧初轨确定成功率分别约为 94%, 75% 和 89%, 半长轴误差均值分别约为 9, 12 和 50 km。该算法适用性强、成功率高、定轨精度高, 证明了监测数据的质量。

关键词:空间碎片; 商业太空; 甚短弧角度数据; 初轨确定; 光学望远镜

中图分类号: V528; TP391.41 **文献标识码:** A **doi:** 10.37188/OPE.20243213.2103

Initial orbit determination in range search based on dynamic thresholds

LEI Xiangxu^{1,2,3}, LAO Zhendi¹, WANG Dongya⁴, WANG Kunpeng⁴, CHEN Junyu^{5*},

ZHAO You², LI Yaya⁶

(1. School of Civil Engineering and Geomatics, Shandong University of Technology,
Zibo 255000, China;

2. National Astronomical Observatories, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100101, China;

3. State Key Laboratory of Geodesy and Earth's Dynamics, Innovation Academy for Precision,
Measurement Science and Technology, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430077, China;

4. Beijing Institute of Tracking and Communication Technology, Beijing 100094, China;

收稿日期: 2024-03-24; **修订日期:** 2024-04-19.

基金项目: 山东省自然科学基金面上项目(No. ZR2023MD098); 大地测量与地球动力学国家重点实验室开放基金(No. SKLGED2024-3-5); 国家自然科学基金青年基金(No. 12303081); 国家重点研发计划资助项目(No. 2020YFA0406500); 山东省高等学校“青创团队计划”资助项目(No. 2022KJ224)

5. Faculty of Land Resources Engineering, Kunming University of Science and Technology,
Kunming 650093, China;

6. Beijing Creatunion Parallel Space Technology Co., Ltd, Beijing 101106, China)

* Corresponding author, E-mail: jyichen@kust.edu.cn

Abstract: This study proposes an enhanced initial orbit determination algorithm utilizing dynamic threshold distance search methods to improve success rates and accuracy compared to traditional algorithms. By dynamically adjusting the search threshold, the algorithm aims for more precise and efficient initial orbit determination, addressing current needs for tracking space objects. Testing is conducted using measured angular data from Low Earth Orbit (LEO), Medium Earth Orbit (MEO), and Geosynchronous (GEO) objects. The methodology begins with a detailed exploration of the dynamic threshold distance search algorithm's implementation. Drawing on extensive data processing experience, dynamic thresholds are strategically integrated into the orbit screening phase of the initial orbit parameter quality control process. A comprehensive breakdown of the algorithm's implementation is provided, highlighting its intricacies and operational nuances. Evaluation of the Initial Orbit Determination (IOD) parameters is performed using Two Line Elements (TLE) derived from angular data across various orbital zones. Rigorous testing is conducted using angular data from the Zhulong Observation Network for low to medium orbit targets and from the Changchun Observatory, Chinese Academy of Sciences for GEO objects. The results indicate impressive success rates for initial orbit determination, with approximately 94% for LEO, 75% for MEO, and 89% for GEO objects. Additionally, the algorithm shows mean semi-major axis errors of about 9, 12, and 50 km for LEO, MEO, and GEO objects, respectively. In conclusion, the proposed algorithm demonstrates high applicability, achieving significant success rates and exceptional orbit determination accuracy. These findings highlight the algorithm's effectiveness in leveraging monitoring data for precise and reliable initial orbit determination processes.

Key words: space debris; commercial space; very short arc angle data; initial orbit determination; optical telescope

1 引言

随着空间碎片的持续增加,对新产生碎片的编目需求迫切。基于短弧测角数据的初轨确定是实现新目标编目的基础。以单弧初轨结果为基础,才可开展双弧、多弧段的关联定轨,并最终实现新目标编目。

近年来,国内外不断有新的用于监测空间碎片的小型光电望远镜投入使用。白俄罗斯国立大学的地面光学观测站运用视频数据处理系统进行空间物体轨道角度测量,实验结果显示其角度测量精度达到了 0.1° ^[1]。澳大利亚国立大学正致力于提升现有和新型天文望远镜技术,以实现

对卫星和碎片的跟踪,进而提升澳大利亚的跟踪能力。该校拥有3个主要望远镜:SkyMapper, DREAMS和OCGS望远镜分别用于地球可见光观测、近地轨道卫星的红外探测和跟踪和近地轨道目标的跟踪^[2]。埃及国家天文学和地球物理研究所在科塔米亚建立了光学观测站(OSTS),用于监测空间碎片和人造卫星,并与国际科学光学网络(ISON)合作观测GEO目标^[3]。光学系统还可以估计卫星的尺寸,文献[4]表明,卫星的估计半径(0.356 m)和已知半径(0.327 m)非常接近。

在国内,长春人造卫星观测站的监测望远镜于2017年开始运行,开展空间目标的监测工作,文献[5-8]用其观测数据开展了初轨确定、关联

多弧段定轨和大气密度校正等工作。另外,还有一些小型光学望远镜,如 Falcon^[9], OWL-Net^[10], FocusGEO^[11], SSON^[12], AGO70^[13], APO-SOS^[14]等。

短弧初轨确定为新目标编目的重要环节,其输入为基于天文观测的角度数据。这些算法通常使用数学和计算方法,以解决碎片轨道确定的问题。短弧角度数据常用的初轨确定算法包括 Gauss 法、Gibbs 法和 Laplace 法等^[15]。以这些算法为基础,研究人员进行了各种改进。文献[16]基于统计学提出了一种利用非协同共视观测技术定位空间目标的新方法。文献[17]将天基光学观测的初轨确定问题转换为求解关于观测时刻斜距变量的非线性条件方程组的问题、添加轨道能量约束等,提出了一种基于改进 Gauss 方程的初轨确定计算方法,利用天基监测 LEO, MEO, GEO 目标数据,验证了方法的有效性。文献[18]在广义 Laplace 方法的基础上,使用微分改正来求解法化方程和引入额外约束,提高了初轨结果收敛稳定性和合理性。文献[19]基于长春人卫站的短弧地基监测角度数据,对比分析了不同的初轨确定算法的差异。针对 GEO 目标的特性,文献[20]采用遍历搜索轨道半长轴的方法,提出了基于给定半长轴引入伪测距的初轨确定方法,经过仿真数据检验,该方法的初轨确定成功率优于 95%。上述算法为研究改进初轨确定算法提供了参考。

基于短弧角度观测值的新目标编目是当前空间态势感知领域的重要任务之一,其中初轨确定为其关键技术之一。本文通过改进初轨确定算法提高了初轨确定的成功率和精度,提出了基于动态阈值的距离搜索法,利用国内地基台站实测高中低轨目标的短弧角度数据开展测试,然后利用 TLE 评估初轨误差。

2 数 据

本文使用的数据来自正在建设的“烛龙”观测网和中国科学院长春人造卫星观测站地基光电阵。“烛龙”观测网由国内商业太空公司北京开运平行空间技术有限公司建设,自 2023 年上半年

开始运行。监测设备采用集成化设计,将圆顶、配电和望远镜进行整合,望远镜口径为 15 cm,如图 1 所示。



图 1 地基监测设备

Fig. 1 Ground monitoring equipment

图中,望远镜采用相机和处理器嵌入集成的方式,实现拍摄过程的远程操控、无人值守和无人操作。整个装备基于气象传感器提供的环境状态信息,自动控制设备工作开闭状态,实现圆顶开闭、计划加载、目标搜索跟踪和识别定位全工作流程的自动化管理。设备参数如下:

- (1)探测视场: $6.5^{\circ} \times 6.5^{\circ}$;
- (2)装备口径:150 mm;
- (3)探测能力:15 星等(20 等天光);
- (4)光度测量精度:优于 0.3 星等;
- (5)定位精度:优于 $3''$ 。

从 <http://www.creatunion.com/> 网站可下载观测数据,LEO 目标观测弧段观测值的采样率间隔为 1 s,平均弧长约为 86 s;MEO 目标观测弧段观测值的采样间隔为 3 s,平均弧长为 174 s;观测值标称精度为 $3''$ 。

中国科学院长春人造卫星观测站地基光电阵 GEO 目标观测阵列中,望远镜口径为 28 cm,视场为 $6.5^{\circ} \times 6.5^{\circ}$,观测值采样间隔约为 4 s,平均弧长为 77.4 s;观测值标称精度为 $2.4''$;更多信息详见参考文献[21]。

3 原 理

在文献[22]算法的基础上,本文采用改进的动态步长和阈值的距离搜索算法。假设在

$t_1, t_2, \dots, t_n$ 时刻分别获得某空间目标的角度观测值, 赤经 $RA_1, RA_2, \dots, RA_n$ 和赤纬 $Dec_1, Dec_2, \dots, Dec_n$ 。通过下式可以得到测站到空间目标方向(即望远镜视线方向)的单位矢量 $L_i (i = 1, 2, \dots, n)$:

$$L_{xi} = \cos(Dec_i) \cos(RA_i), \quad (1)$$

$$L_{yi} = \cos(Dec_i) \sin(RA_i), \quad (2)$$

$$L_{zi} = \sin(Dec_i), \quad (3)$$

其中: L_{xi}, L_{yi}, L_{zi} 即为 L_i 在天球坐标系下 3 个方向的分量。

根据一组假设的距离观测值 $\tilde{\rho}_1, \tilde{\rho}_n$ 得到一组待定的轨道参数后, 很容易计算出该轨道上 $t_2, t_3, \dots, t_{n-1}$ 时刻空间目标的位置矢量 $\tilde{r}_2, \tilde{r}_3, \dots, \tilde{r}_{n-1}$ 。这是天基望远镜接收到光学信号时刻空间目标的位置, 光学信号经目标反射再到被望远镜接收还需要时间。假设 $t_i (i = 2, 3, \dots, n-1)$ 时刻观测卫星的位置为 $(X_{t_i}^{\text{Sat}}, Y_{t_i}^{\text{Sat}}, Z_{t_i}^{\text{Sat}})$, 获得角度观测值 RA_i, Dec_i , 计算得到此时目标的位置矢量为 $(\tilde{X}_{t_i}^{\text{Deb}}, \tilde{Y}_{t_i}^{\text{Deb}}, \tilde{Z}_{t_i}^{\text{Deb}})$, 则观测卫星和目标之间的几何距离为:

$$\tilde{\rho}_{t_i} = \sqrt{(X_{t_i}^{\text{Sat}} - \tilde{X}_{t_i}^{\text{Deb}})^2 + (Y_{t_i}^{\text{Sat}} - \tilde{Y}_{t_i}^{\text{Deb}})^2 + (Z_{t_i}^{\text{Sat}} - \tilde{Z}_{t_i}^{\text{Deb}})^2}. \quad (4)$$

那么光学信号的传播时间为:

$$\Delta t = \tilde{\rho}_{t_i} / c, \quad (5)$$

其中 c 表示光的传播速度。也就是说, $t_i - \Delta t$ 时刻光学信号经目标物体反射, 在 t_i 时刻被望远镜接收, 同样可以根据轨道参数计算出 $t_i - \Delta t$ 时刻目标的位置矢量 $(\tilde{X}_{t_i - \Delta t}^{\text{Deb}}, \tilde{Y}_{t_i - \Delta t}^{\text{Deb}}, \tilde{Z}_{t_i - \Delta t}^{\text{Deb}})$ 。那么, t_i 时刻计算得到的方向观测值应为:

$$\widetilde{RA}_i = \arctan(\Delta Y / \Delta X), \quad (6)$$

$$\widetilde{Dec}_i = \arcsin(\Delta Z / \tilde{\rho}), \quad (7)$$

其中:

$$\Delta X = \tilde{X}_{t_i - \Delta t}^{\text{Deb}} - X_{t_i}^{\text{Sat}}, \quad (8)$$

$$\Delta Y = \tilde{Y}_{t_i - \Delta t}^{\text{Deb}} - Y_{t_i}^{\text{Sat}}, \quad (9)$$

$$\Delta Z = \tilde{Z}_{t_i - \Delta t}^{\text{Deb}} - Z_{t_i}^{\text{Sat}}, \quad (10)$$

$$\tilde{\rho} = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2}. \quad (11)$$

然后, 根据估计轨道反求测站对应的观测值, 若轨道准确, 则观测值残差应非常小。因此, 可以利用观测值残差设定阈值, 筛选备选轨道根

数。对备选轨道计算、筛选设计为动态阈值, 改进后的基于动态阈值的初轨确定流程如图 2 所示。

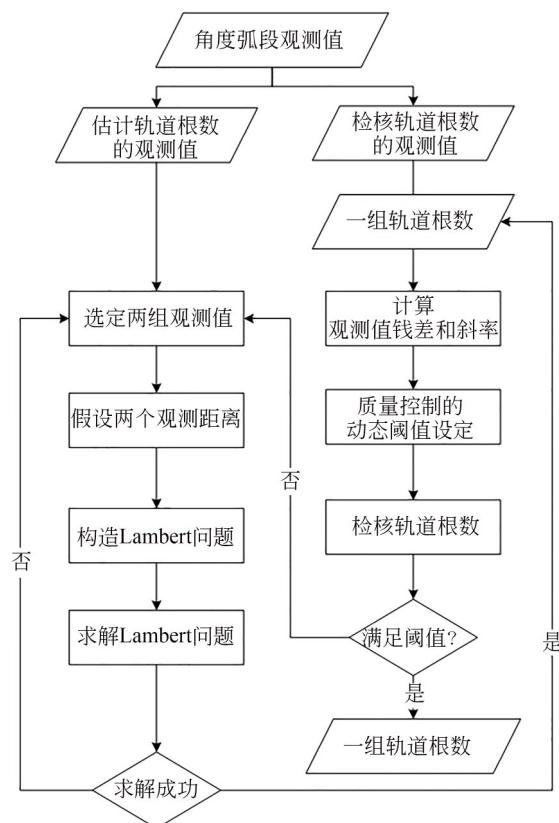


图 2 基于动态阈值的初轨确定流程

Fig. 2 Initial orbit calculation process based on dynamic threshold

在遍历观测距离计算备选轨道根数时, 如果采用固定步长和阈值, 步长太小则计算量过大, 步长太大又会影响定轨精度。因此, 动态步长可以在没有解时, 大步长遍历, 提高效率; 有解时, 小步长加密、小阈值约束计算提高精度。可以认为, 动态阈值是相比于固定阈值而言的一种定向寻优策略。

在计算开始时, 设置距离步长、角度残差和斜率的阈值初值, 此次计算得到的轨道根数的角度残差和斜率小于阈值, 则阈值减小, 并且同步减小步长, 然后继续进行计算; 如果后续计算的角度残差和斜率均小于阈值则保持当前状态, 如果大于阈值, 则恢复至阈值的初值。以角度残差为例, 判定过程如下:

```
def adjutfunction(a, ai, r):  
    参数: a, ai, r 分别为角度残差约束阈值的  
    初值更新后的值和缩放因子。a0为初值。  
    a=a0  
    converged = False  
    while not converged:  
        p = calcOrbitParams(a)  
        res = calcResiduals(p)  
        if all(res < [a0]):  
            ai *= r  
        else:  
            ai = a0  
        converged = True  
    return at
```

上述算法通过系数 r 调节判定的阈值和遍历的距离步长。 r 值通过大量的实测和仿真观测值的测试结果,由统计分析得到。得到初轨结果后,利用TLE数据评估初轨误差。根据目标的NORAD编号和观测弧段的时间信息,下载当天该目标的TLE数据,基于SGP4方法传播轨道。将轨道传播至初轨的参考时刻,计算二者的差

异,即为初轨误差。此处忽略TLE本身的轨道误差(通常远小于初轨误差)。

4 实验结果

4.1 LEO目标初轨确定误差分析

利用表1中的目标开展初轨确定。目标轨道高度和倾角分布如图3所示。初轨计算误差如表2所示。

表 1 LEO 目标基本信息(来自 n2yo. com)
Tab.1 Basic information of LEO object (from n2yo. com)

NORAD ID	卫星名称	近/远地点轨道高度/km	倾角/(°)
56703	STARLINK-30132	565.4/567.0	43.0
43437	SENTINEL3B	809.3/810.3	98.6
48621	HAIYANG 2D	953.6/964.6	66.0
48245	ONEWEB-0217	1211.9/1214.0	87.9
41240	JASON3	1338.9/1350.8	66.0
46984	SENTINEL-6	1338.8/1351.0	66.0

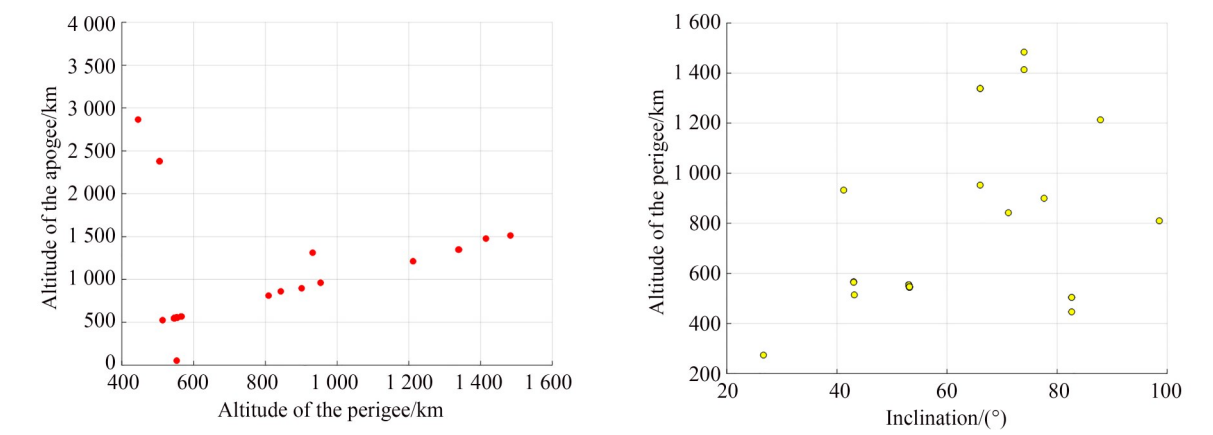


图 3 LEO 目标的轨道分布
Fig. 3 Orbital distribution of observed space object in LEO

由表1可知,选取的目标均为LEO近圆轨道目标。根据图3可知,近地点高度在400~1600 km之间,远地点高度在3000 km以下,倾角在20~100°之间,大部分为近圆目标。低轨目标的观测值采样间隔为1 s。

表2中的第二列为该目标的观测弧段数量,

如果该值不是1,则该表第3~8列的内容为多个弧段计算结果的算术平均值。最后一行为上述计算结果的算术平均值。观测弧长和其初轨半长轴误差分布如图4所示。

根据表2和图4可知,观测数据弧长差别较大,最短只有35 s,最长可以达到200 s以上。除

表 2 LEO 目标初轨确定误差
Tab. 2 IOD errors of LEO objects

NORAD ID	数量	弧长/s	a 误差/m	e 误差	i 误差/(°)	RAAN 误差/(°)
46984	1	144	−6 414.4	0.003 33	−0.059	0.387
56703	1	46	−25 415.8	0.002 91	0.035	−0.701
43437	8	69	9 291.5	0.001 39	0.071	0.058
41240	16	97	9 220.3	0.002 27	−0.035	0.046
48621	7	89	2 822.3	0.002 21	0.063	0.040
48245	1	62	−1 513.2	0.001 63	0.162	−0.020
平均值		84.5	9 112.9	0.002 29	0.071	0.209

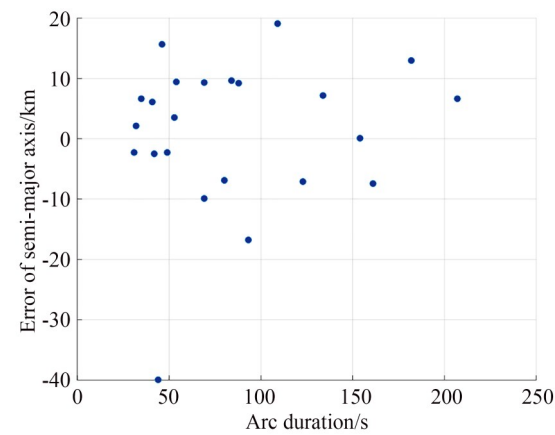


图 4 LEO 目标观测弧长和初轨半长轴的误差分布
Fig. 4 Errors distribution of observation arc length and initial orbit semi-major axis of LEO objects

了 56703 目标之外,其他目标的初轨半长轴误差均在 10 km 内,半长轴误差的均值约为 9.1 km,其中 66.67% 的目标的倾角误差小于 0.07°。后 4 个目标的升交点赤经的误差均值均小于 0.05°,而 46984 和 56703 目标的升交点赤经误差分别为 0.387°和 −0.701°。上述测试结果证明了算法对 LEO 目标观测数据的有效性。

4.2 MEO 目标初轨确定误差分析

利用 MEO 目标(表 3)开展初轨确定,目标轨道高度在 20 000 km 附近。利用本文算法开展初轨确定,误差如表 4 所示。其中,28115 目标为一个火箭体,其 RCS (Radar Cross Section) 为 0.437 7 m²。28509 和 36111 目标均为 GLONASS 卫星,分别于 2004 年和 2009 年发射,RCS 为 3.162 3 m²。

表 3 MEO 目标基本信息
Tab. 3 Information of MEO objects

NORAD ID	卫星名称	近/远地点轨道高度/km	倾角/(°)	周期/min
28115	BREEZE-M R/B	18 959/19 310	63.7	675.7
28509	COSMOS 2411	19 124/19 149	63.6	675.7
36111	COSMOS 2456 (GLONASS)	19 132/19 142	64.5	675.7

表 4 MEO 目标初轨确定误差
Tab. 4 IOD errors of MEO objects

NORAD ID	观测值个数	a 误差/m	e 误差	i 误差/(°)	RAAN 误差/(°)
28115	44	23 709	−0.007 00	−0.076 00	−0.016 00
28509	58	1 593	−0.000 33	0.039 00	0.017 00
36111	73	9 859	−0.000 42	−0.018 00	−0.014 00
平均	58	11 710	−0.002 58	−0.018 33	−0.004 33

由表 4 可知,3 个目标的弧段平均观测值个数为 58,观测值采样间隔为 3 s,平均弧长约为 3 min。3 个目标的初轨半长轴误差分别为 23.7,1.6 和 9.8 km,相对误差约为 0.09%,0.006% 和 0.04%,远小于 1%。3 个弧段的偏心率误差的均值约为 0.25%;倾角误差分别为 -0.076° , 0.017° 和 -0.014° ,三者平均值仅为 -0.018° ;升交点赤经的误差也较小,均值为 -0.004° 。上述测试结果证明了算法对 MEO 目标观测数据的有效性。

4.3 GEO 目标初轨确定误差分析

采用中国科学院国家天文台长春人造卫星观测站观测得到的 GEO 目标的观测弧段,开展初轨确定。选取 2021 年 2 月 8 日的和 TLE 匹配成功的观测弧段开展测试。观测值采样间隔约为 4 s,平均弧长为 77.4 s,单个弧段平均有 19 个点。随机选取观测弧长超过 30 s 的 615 个弧段,其中的 547 个解算初轨成功,成功率达到 88.94%。观测弧长及初轨误差统计结果如图 5 和表 5 所示。

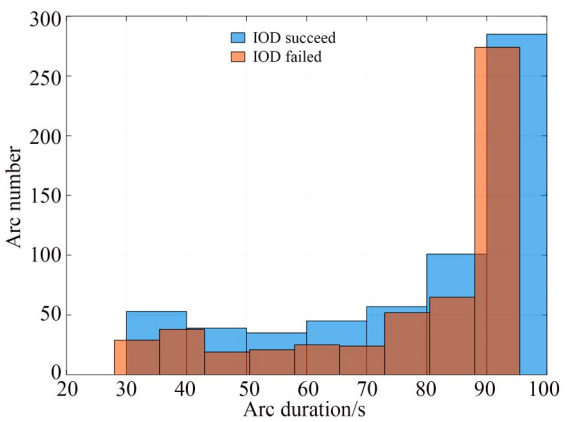


图 5 观测弧长分布
Fig. 5 Observation duration distribution

表 5 GEO 目标初轨确定半长轴误差

误差区间	比例/%
<100 km	92.74
<50 km	82.31
<30 km	66.43

由表 5 可知,GEO 目标初轨半长轴误差小于 100 km 的占比超过 90%,小于 50 km 的占比超过 80%。上述结果证明了本文算法对 GEO 目标观

测弧段的适用性以及观测数据的有效性。

综上,不同轨道高度下算法的计算成功率和初轨误差如表 6 所示。需要指出的是,计算成功率和初轨目标类型、观测弧段长度、观测值误差以及观测值个数都有关系。文献[20]利用仿真和实测数据详细对比了距离搜索法、Gauss 法等多种算法,结果如表 7 所示。由表可知,距离搜索法的解算成功率和初轨误差均优于其他算法。

表 6 不同轨道高度初轨计算成功率和误差

Tab. 6 Success rates and errors of initial trajectory calculations at different orbital altitudes

轨道	弧长/s	占比/%	a 误差/ km	相对误 差/%	成功 率/%
LEO	85	1.4	9.1	0.12	94
MEO	174	0.43	11.7	0.05	75
GEO	77	0.09	50.2	0.012	89

表 7 地基监测 LEO 目标观测数据初轨结果

Tab. 7 IOD results of space objects observed by the ground-based data

方 法	弧长/s	成功率/%	半长轴误差/km
Gauss	30~60	94.40	600
	10~30	52.50	1 800
Laplace	30~60	27.60	260
	10~30	8.60	250
Gooding	30~60	81.20	285
	10~30	33.10	265
Double R	10~30	9.22	1 100
	30~60	69.16	500
距离搜索法	10~30	72.10	50
	30~60	87.86	25

5 结 论

本文提出了基于动态阈值的距离搜索初轨确定算法,利用正在建设中的“烛龙”监测网和中国科学院长春人造卫星观测站的高中低轨目标的实际观测数据开展算法测试,并用 TLE 评估初轨误差。结果显示,提出的算法适用于高中低轨目标,解算成功率约为 90%,半长轴误差均值

分别为 50, 11 和 10 km, 验证了算法的有效性和应用潜力。尽管该算法目前测试结果较好, 但依然存在一些不足, 比如由于遍历观测距离, 需要大量的计算, 面对工程化的海量数据场景, 还需

要在提高当前距离搜索法计算效率和初轨精度方面持续优化。

致谢:感谢中国科学院国家天文台长春人造卫星观测站提供的 GEO 目标观测弧段数据。

参考文献:

- [1] BARANOVA V, SPIRIDONOV A, LIASHKEVICH S, *et al.* Video data processing system for ground-based space optical surveillance application [C]. 2023 *IEEE 10th International Workshop on Metrology for AeroSpace (MetroAeroSpace)*. June 19-21, 2023. Milan, Italy. IEEE, 2023: 551-555.
- [2] GROSSE D., BENNET F., COPELAND M., *et al.* Upcoming satellite detection and tracking capabilities of the Australian national university [C]. 2022 *Advanced Maui Optical and Space Surveillance Technologies Conference (AMOS)*.
- [3] MOURSI A. A survey of geosynchronous debris within OSTs at NRIAG-Egypt [C]. *Annual Conference and General Assembly of the African Astronomical Society*. 2022: 11.
- [4] AYDIN S, ATAR M S, ARABACI MALI, *et al.* Determination of space object size in leo using measurement of brightness [C]. 2023 *10th International Conference on Recent Advances in Air and Space Technologies (RAST)*. June 7-9, 2023. Istanbul, Turkiye. IEEE, 2023: 1-6.
- [5] 雷祥旭, 桑吉章, 李振伟. 长春地基光电阵观测数据初步分析 [J]. 测绘地理信息, 2019, 44(1): 41-44.
LEI X X, SANG J ZH, LI ZH W. Preliminary analysis of observations obtained from ground-based electro-optical sensor array at Changchun [J]. *Journal of Geomatics*, 2019, 44(1): 41-44. (in Chinese)
- [6] LIANG Z P, DONG X, IBRAHIM M, *et al.* Tracking the space debris from the Changchun Observatory [J]. *Astrophysics and Space Science*, 2019, 364(11): 201.
- [7] YANG W B, LI Z W, LIU M, *et al.* Detection approach for GEO space objects with a wide-field optical telescope array [J]. *Optics Express*, 2023, 31(12): 18717-18733.
- [8] CHEN J Y, SANG J Z, LI Z W, *et al.* A case study on the effect of atmospheric density calibration on orbit predictions with sparse angular data [J]. *Remote Sensing*, 2023, 15(12): 3128.
- [9] CHUN F K, TIPPETS R D, STRONG D M, *et al.* A new global array of optical telescopes: the falcon telescope network [J]. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 2018, 130(991): 095003.
- [10] SHIN B, LEE E, PARK S Y. Determination of geostationary orbits (GEO) satellite orbits using optical wide-field patrol network (OWL-net) data [J]. *Journal of Astronomy and Space Sciences*, 2019, 36(3): 169-180.
- [11] LUO H, MAO Y D, YU Y, *et al.* FocusGEO observations of space debris at Geosynchronous Earth Orbit [J]. *Advances in Space Research*, 2019, 64(2): 465-474.
- [12] HADJI HOSSEIN S, ACERNESE M, CARDONA T, *et al.* Sapienza Space debris Observatory Network (SSON): a high coverage infrastructure for space debris monitoring [J]. *Journal of Space Safety Engineering*, 2020, 7(1): 30-37.
- [13] ŠILHA J, KRAJČOVIČ S, ZIGO M, *et al.* Space debris observations with the Slovak AGO70 telescope: Astrometry and light curves [J]. *Advances in Space Research*, 2020, 65(8): 2018-2035.
- [14] GUO X Z, GAO P Q, SHEN M, *et al.* Introduction to APOSOS project: 15cm aperture electro-optical telescopes to track space objects [J]. *Advances in Space Research*, 2020, 65(8): 1990-2002.
- [15] ESCOBAL P R. *Methods of Orbit Determination* [M]. New York: John Wiley & Sons, 1965.
- [16] 陈龙, 刘承志, 李振伟, 等. LEO 空间目标的非协同共视观测及初轨确定 [J]. 光学学报, 2021, 41(19): 1912003.
CHEN L, LIU CH ZH, LI ZH W, *et al.* Non-cooperative common-view observation of LEO space objects and initial orbit determination [J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(19): 1912003. (in Chinese)
- [17] 赵柯昕, 甘庆波, 刘静. 利用 3 次方位观测天基初轨确定新方法 [J]. 天文学报, 2022, 63(5):

- 69-79.
- ZHAO K X, GAN Q B, LIU J. A new initial orbit determination method based on space-based three lines of sight[J]. *Acta Astronomica Sinica*, 2022, 63(5): 69-79. (in Chinese)
- [18] 汤靖师,程昊文. 基于微分改正和圆轨道约束的广义 Laplace 方法初轨确定[J]. *中国科学(物理学、力学、天文学)*, 2022, 52(6): 117-129.
- TANG J SH, CHENG H W. Initial orbit determination using the generalized Laplacian method with differential correction and circular-orbit constraint[J]. *Scientia Sinica Physica, Mechanica & Astronomica*, 2022, 52(6): 117-129. (in Chinese)
- [19] 雷祥旭,夏胜夫,杨洋,等. LEO 空间碎片甚短弧角度数据初轨确定方法对比[J]. *空间科学学报*, 2022, 42(5): 984-990.
- LEI X X, XIA S F, YANG Y, *et al.* Comparison of initial orbit determination methods with very-short-arc angle observations from LEO space debris[J]. *Chinese Journal of Space Science*, 2022, 42(5): 984-990. (in Chinese)
- [20] 崔文,郭超,陈建荣,等. 基于光学数据的地球同步轨道目标定初轨方法[J]. *力学与实践*, 2023, 45(4): 854-859.
- CUI W, GUO CH, CHEN J R, *et al.* Initial orbit determination method of geosynchronous target based on optical data[J]. *Mechanics in Engineering*, 2023, 45(4): 854-859. (in Chinese)
- [21] YANG Y, LI Z, CAI H, *et al.* Single-/multiple-revolution lambert's problem constraints for optical track-to-track association[J]. *Advances in the Astronautical Sciences AAS/AIAA Astrodynamics*, 2021, 177.
- [22] 章品,桑吉章,潘腾,等. 应用距离搜索的低轨空间碎片初始轨道确定方法[J]. *航天器工程*, 2017, 26(2): 22-28.
- ZHANG P, SANG J ZH, PAN T, *et al.* Initial orbit determination method based on range searching for LEO space debris[J]. *Spacecraft Engineering*, 2017, 26(2): 22-28. (in Chinese)

作者简介:



雷祥旭(1989—),男,山东泰安人,博士,讲师,硕士生导师,2012年于山东科技大学获得学士学位,2015年、2019年于武汉大学分别获硕士和博士学位,自2022年5月起为中国科学院国家天文台在职博士后,主要从事空间碎片监测数据定轨编目等关键问题的研究。E-mail:xxlei@whu.edu.cn。

通讯作者:



陈俊宇(1989—),男,云南大理人,2018年于武汉大学获得博士学位,主要从事太空碎片轨道的相关研究。E-mail:jychen@kust.edu.cn