

文章编号 1004-924X(2024)17-2686-12

面向组合光学跟踪测量的多位姿耦合中转标定

杨仁川¹, 崔海华^{1*}, 赵西富¹, 国荣辉¹, 姜涛²

(1. 南京航空航天大学 机电学院, 江苏 南京 210016;

2. 宿迁学院 机电工程学院, 江苏 宿迁 223800)

摘要:全局定位跟踪与终端测量组合的测量系统,是大尺寸工件整体测量的有效解决方案。然而,组合测量系统中,终端测量坐标系到定位靶标坐标系的中转变换是影响全局测量精度的关键因素。针对现有的公共特征点进行中转位姿标定的方法存在的站位制约问题,提出了一种多位姿耦合中转标定求解方法。该方法弱化了全局测量系统与特征点位置摆放要求,利用中转位姿与多个靶标位姿耦合的形式构建方程组进行求解,在此基础上进一步提出了一种多位姿多点耦合中转标定法,将多个局部特征点同时与位姿进行耦合求解,以提高中转位姿解的稳定性,并减少中转标定误差。最后,通过设计中转标定实验和组合测量精度验证实验。比较两种方法得出,多位姿多点耦合中转标定方法的位姿求解结果更加稳定,平均测量误差减少 10.13%,验证了该方法的稳定性与有效性。

关键词:组合式测量;中转位姿标定;矩阵转换;多位姿耦合

中图分类号:TH741 **文献标识码:**A **doi:**10.37188/OPE.20243217.2686

Multi-pose coupled transformation calibration for combined tracking-based optical measurement

YANG Renchuan¹, CUI Haihua^{1*}, ZHAO Xifu¹, GUO Ronghui¹, JIANG Tao²

(1. College of Mechanical and Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;

2. College of Mechanical and Electrical Engineering, Suqian University, Suqian 223800, China)

* Corresponding author, E-mail: cuihh@nuaa.edu.cn

Abstract: Combining global positioning tracking with terminal measurement effectively addresses the overall measurement of large workpieces. The key to accuracy in this system is the transformation from the terminal to the target coordinate system. This paper introduces existing common feature points to calibrate the transit pose and addresses their station position constraints. To overcome these challenges, we propose a new multi-position coupled transit calibration method that eases global measurement system and feature point positioning requirements by using transit pose coupling with multiple targets to form equations for solutions. A multi-position coupled multi-point transit calibration method is also introduced to enhance pose solution stability and reduce calibration errors by coupling local feature points with the pose solution. Ex-

收稿日期:2024-05-22;修订日期:2024-06-18.

基金项目:国家重点研发计划资助项目(No. 2021YFB3401704);南京航空航天大学研究生科研与实践创新计划资助项目(No. xcxjh20230512);国家自然科学基金资助项目(No. 52305582)

periments comparing the methods demonstrate that the proposed multi-position and multi-point coupling transfer calibration method enhances stability and reduces the average measurement error by 10.13%, confirming its effectiveness.

Key words: combined measurement; transfer pose calibration; matrix conversion; multi-position coupling

1 引言

随着制造技术的发展,大型航空零件的尺寸越来越大、结构愈发复杂、精度要求也越来越高,这对测量精度和测量范围提出了更大的挑战^[1-2]。目前,大规模三维测量方法和系统主要包括室内GPS(iGPS)系统^[3]、三坐标测量机(CMM)^[4]和激光跟踪仪^[5]等。然而,大尺寸测量仪器或测量仪器的简单组合难以满足大型航空零件的测量需求,组合测量方法成为大尺寸高精度测量的重要手段^[6]。大型工件的表面扫描过程是复杂的,容易受到现场环境、工件结构复杂性和扫描视野的影响。因此,无法一次完成大型物体的整个扫描过程^[7],它需要从不同角度进行扫描,然后将这些数据拼接成一个整体。

目前,研究人员提出了许多扫描数据拼接的方法。马国鹭等^[8]提出一种接触式探针与全站仪结合构成的空间坐标组合测量系统,利用联合测量位姿,计算得出被测点的空间坐标,由于是接触式测量,其整体测量效率不高。Bešić等^[9]利用三坐标测量机(CMM)搭载激光扫描仪,获取被测表面上点的坐标,利用CMM高定位精度将扫描数据拼接,测量精度高,但是受限于设备尺寸和固定场景,无法在工业现场环境中进行在线检测。Zhao等^[10]利用公共点方法对组合测量系统进行坐标统一,该方法需要在工件表面粘贴布置公共点,粘贴点很耗时,且受航空工件禁止粘贴的限制。两级组合式中转测量系统的核心可以概括为全局测量、局部测量和两级中转位姿3个部分。为了保证测量系统的精度与稳定性,除了两级视觉测量系统各自高精度标定外,还包括两级视觉测量系统之间的中转位姿标定^[11]。韩建栋等^[12]提

出了光学定位跟踪技术,以平面靶标为中介,用中介坐标换法拼接数据。陈媛等^[13]提出了一种基于立体靶标定位的线激光数据拼接方法,采集线激光坐标系下的标准球圆弧的点云数据,求解中转位姿,将线激光的初始坐标与全局坐标系进行统一。Jiang等^[14]设计特殊中转靶标,通过公共标定板标定中转位姿,建立两级测量系统之间的转换关系,将数据统一到全局坐标系。该方法提高了设备测量的便捷性,但是中转标定过程中存在站位制约问题,容易影响整体测量精度。

针对已有中转标定方法的不足,本文推导了一种多位姿耦合中转标定求解方法,利用局部测量系统在多个位姿下的测量特征点,通过闭合转换关系,将中转位姿与多个靶标位姿耦合的形式构建方程组进行求解。在此基础上提出一种多位姿多点耦合中转标定法,将多个局部特征点同时与位姿进行耦合求解,保证了位姿求解的稳定性并使求解误差最小。

2 公共特征点中转标定

公共特征点中转标定是利用矩阵刚体变化建立的转换关系^[14],确定中转位姿,求解未知转换矩阵,标定原理如图1所示。

在图1(a)中, $\{O_w\}$ 为公共特征点坐标系, $\{O_{LC}\}$ 为小视场局部测量系统下的坐标系, $\{O_T\}$ 为中转靶标坐标系, $\{O_{GC}\}$ 为大视场全局跟踪系统(Global Coordinate System, GCS)。其中,公共特征点标定板固定摆放在两套测量系统前,小视场局部测量系统(Local Coordinate System, LCS)固定于特殊设计的中转靶标上,中转靶标放置在GCS前。 $M_{LC}^w, M_T^{LC}, M_{GC}^T, M_{GC}^w$ 分别表示为 $\{O_w\}$ 到 $\{O_{LC}\}$, $\{O_{LC}\}$ 到 $\{O_T\}$, $\{O_T\}$ 到 $\{O_{GC}\}$,

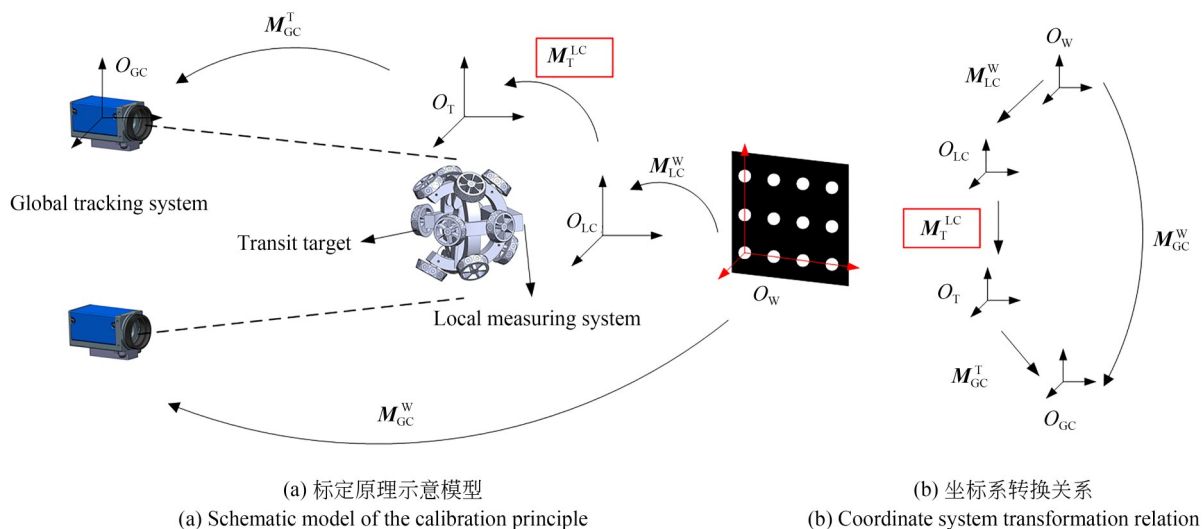


图 1 公共特征点中转位姿标定原理

Fig. 1 Schematic diagram of common calibration board

$\{O_W\}$ 到 $\{O_{GC}\}$ 之间的转换矩阵。根据闭合坐标系转换关系(图1(b)),可以得到:

$$\begin{cases} P_G = M_{GC}^W \cdot P_W \\ P_G = M_{GC}^T \cdot M_T^{LC} \cdot M_{LC}^W \cdot P_W \end{cases} \quad (1)$$

其中: P_G 为 $\{O_{GC}\}$ 下的点坐标, P_W 为 $\{O_W\}$ 下的点坐标。联立式(1)可得:

$$M_{GC}^W \cdot P_W = M_{GC}^T \cdot M_T^{LC} \cdot M_{LC}^W \cdot P_W. \quad (2)$$

根据矩阵计算的传递性,可以求解中转位姿 M_T^{LC} :

$$M_T^{LC} = (M_{GC}^T)^{-1} \cdot M_{GC}^W \cdot (M_{LC}^W)^{-1}, \quad (3)$$

其中: M_T^{LC} 为求解的未知数, $M_{LC}^W, M_{GC}^T, M_{GC}^W$ 可以利用三维刚体变换求解可得。针对 M_{LC}^W 求解,可以利用LCS双目重建出公共特征点的三维圆心坐标,即 $\{O_{LC}\}$ 下的点,记为 $P_i = (x_i, y_i, z_i)^T (i = 1, 2, \dots, n)$,在 $\{O_W\}$ 下的真实点记为 $Q_i = (x'_i, y'_i, z'_i)^T (i = 1, 2, \dots, n)$,将 M_{LC}^W 表示为:

$$M_{LC}^W = \begin{pmatrix} R_{LC}^W & t_{LC}^W \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

以全部点转换误差为最小为目标函数,公式如下:

$$\begin{aligned} (R_{LC}^W, t_{LC}^W) = \\ \arg \min \left\{ \sum_{i=1}^n \| P_i - (R_{LC}^W \cdot Q_i + t_{LC}^W) \|^2 \right\}. \end{aligned} \quad (5)$$

采用奇异值分解法计算转换参数 R_{LC}^W 和 t_{LC}^W 。首先,对各观测点进行等效刚体的空间重心化配

置^[15]得到 $\bar{P}$ 和 $\bar{Q}$:

$$\begin{cases} \bar{P} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n P_i \\ \bar{Q} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Q_i \end{cases}. \quad (6)$$

然后,计算两组坐标点中每个点与各自质心的差值:

$$\begin{cases} P'_i = P_i - \bar{P} \\ Q'_i = Q_i - \bar{Q} \end{cases}. \quad (7)$$

联立式(5)~式(7)化简成:

$$R_{LC}^W = \arg \min \left\{ \sum_{i=1}^n \| P'_i - R_{LC}^W \cdot Q'_i \|^2 \right\}. \quad (8)$$

将式(8)展开,构建 H 矩阵:

$$H = \sum_{i=1}^n P'_i \cdot (Q'_i)^T. \quad (9)$$

对矩阵 H 进行奇异值分解:

$$H = U \cdot \Sigma \cdot V^T. \quad (10)$$

正交矩阵 $R = V \cdot U^T$,由于 R 也可能是反射矩阵,因此需要进行判定。当 $\det(R) = 1$ 时, R 为旋转矩阵,即 $R_{LC}^W = V \cdot U^T$;当 $\det(R) = -1$ 时,需要将矩阵 V 的最后一列向量取负值,有 $V' = (v_1, v_2, -v_3)$,则 $R_{LC}^W = V' \cdot U^T$ 。求出 R_{LC}^W 后,可以通过下式求解 t_{LC}^W :

$$t_{LC}^W = \bar{P} - R_{LC}^W \cdot \bar{Q}. \quad (11)$$

至此可得到 M_{LC}^W , 同理可获得 M_{GC}^T, M_{GC}^W 。根据式(3), 即可求解出 M_T^{LC} 。

由于两级测量系统视场不同, 且要保证公共特征点同时在两级系统的视场范围内, 公共特征点的摆放位置受到极大的限制, 三者位置存在相互制约。中转标定精度也随摆放位置的不同而不同, 越远离视场最优测量范围, 其精度

越差。

3 多位姿耦合中转标定法

针对公共特征点中转标定过程中存在的站位制约问题, 本文推导出一种多位姿耦合中转标定求解方法, 其原理如图 2 所示。

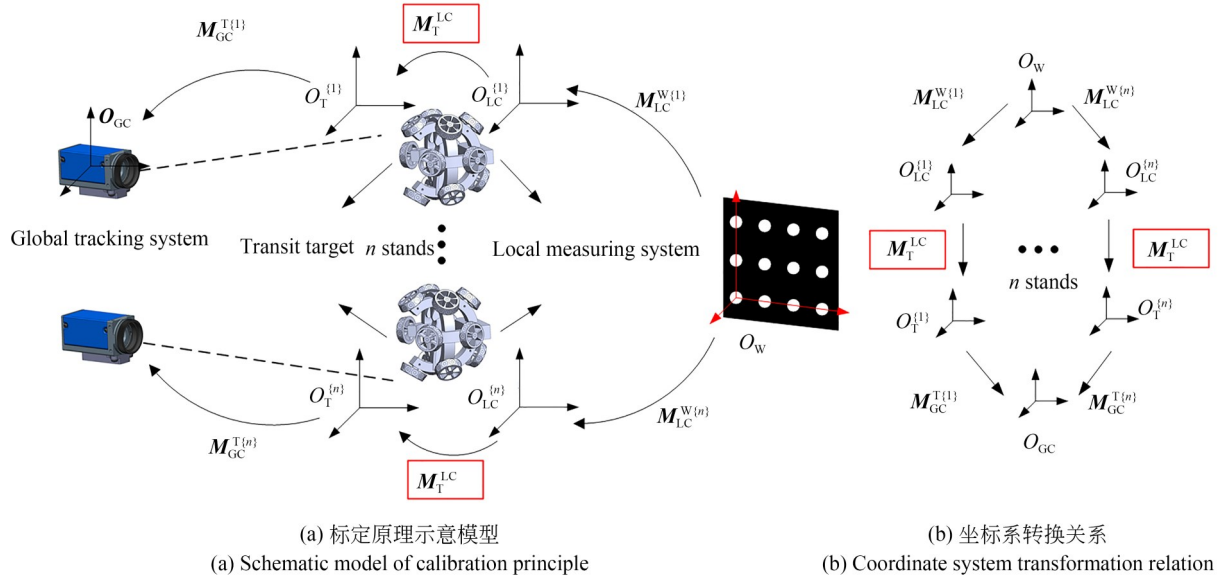


图 2 多位姿组合中转位姿标定原理

Fig. 2 Schematic diagram of multi-position combination transit pose calibration

图中, 公共特征点固定摆放, LCS 在 GCS 视场范围内测量特征点圆心, GCS 固定于测量现场, 跟踪定位中转靶标, 相比于公共特征点标定方法, GCS 无需同时测量特征点, 三者约束关系削弱。由于少了一组坐标系转换关系, 原式(1)缺少约束方程, 因此存在无穷多解。

为了解决这一问题, 本文利用中转靶标在 n 个站位进行多位姿耦合并构建方程组求解。特征点一点 P_W 在 $\{O_{GC}\}$ 下记为 P_G , 由于 GCS 和特征点的相对位置固定, P_G 为一个固定值。在第 i 个站位下, 特征点上点 P_W 在 $\{O_{LC}^{(i)}\}$ 下的三维点坐标记为 P_L^i , $\{O_T^{(i)}\}$ 到 $\{O_{GC}^{(i)}\}$ 的转换矩阵记为 $M_{GC}^{T(i)}$, 由于中转靶标和 LCS 刚性连接, P_L^i 与 $M_{GC}^{T(i)}$ 同步变化, 且 M_T^{LC} 为一个不变量。根据图 2(b) 的坐标转换关系, 建立如下方

程组:

$$\begin{cases} M_{GC}^{T(1)} \cdot M_T^{LC} \cdot P_L^1 = P_G \\ M_{GC}^{T(2)} \cdot M_T^{LC} \cdot P_L^2 = P_G \\ \dots \\ M_{GC}^{T(n)} \cdot M_T^{LC} \cdot P_L^n = P_G \end{cases}, \quad (12)$$

其中: M_T^{LC} 和 P_G 为固定未知量, 其余为每个站位下对应的已知量; 由于 $M_{GC}^{T(i)}$ 和 M_T^{LC} 为 4×4 转换矩阵, P_L^i 和 P_G 为对应 P_L^i 和 P_G 的 4×1 齐次坐标, 方程组求解困难。为解决这一问题, 记转换矩阵为:

$$\begin{cases} M_{GC}^{T(i)} = \begin{bmatrix} R_{GC}^{T(i)} & t_{GC}^{T(i)} \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \\ M_T^{LC} = \begin{bmatrix} R_T^{LC} & t_T^{LC} \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \end{cases}. \quad (13)$$

将式(13)代入式(12)中可得:

$$\begin{cases} R_{GC}^{T(1)} \cdot (R_T^{LC} \cdot P_L^1 + t_T^{LC}) + t_{GC}^{T(1)} = P_G \\ R_{GC}^{T(2)} \cdot (R_T^{LC} \cdot P_L^2 + t_T^{LC}) + t_{GC}^{T(2)} = P_G \\ \dots \\ R_{GC}^{T(n)} \cdot (R_T^{LC} \cdot P_L^n + t_T^{LC}) + t_{GC}^{T(n)} = P_G \end{cases} \quad (14)$$

其中: $R_{GC}^{T(i)}$ 和 R_T^{LC} 为 3×3 的可逆旋转矩阵, P_L^n, P_G 为 3×1 的点坐标, $t_{GC}^{T(i)}$ 和 t_T^{LC} 为 3×1 的平移向量, 可将任意第 i 个方程简化为一般性方程:

$$R_T^{LC} \cdot P_L + t_T^{LC} - R_{GC}^{T-1} \cdot P_G = -R_{GC}^{T-1} \cdot t_{GC}^T \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \text{令未知量 } R_T^{LC} &= \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \\ r_4 & r_5 & r_6 \\ r_7 & r_8 & r_9 \end{bmatrix}, t_T^{LC} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}, P_G = \\ \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \text{ 令已知量 } R_{GC}^{T-1} &= \begin{bmatrix} i_1 & j_1 & k_1 \\ i_2 & j_2 & k_2 \\ i_3 & j_3 & k_3 \end{bmatrix}, P_L = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$R_{GC}^{T-1} \cdot T_{GC}^T = \begin{bmatrix} e \\ f \\ g \end{bmatrix}, \text{代入式(15)可得:}$$

$$\begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \\ r_4 & r_5 & r_6 \\ r_7 & r_8 & r_9 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} i_1 & j_1 & k_1 \\ i_2 & j_2 & k_2 \\ i_3 & j_3 & k_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} e \\ f \\ g \end{bmatrix} \quad (16)$$

式(16)行列式展开可以得到:

$$\begin{cases} ar_1 + br_2 + cr_3 + u - i_1x - j_1y - k_1z = -e \\ ar_4 + br_5 + cr_6 + v - i_2x - j_2y - k_2z = -f \\ ar_7 + br_8 + cr_9 + w - i_3x - j_3y - k_3z = -g \end{cases} \quad (17)$$

提取未知数, 将式(17)构建成一个新的方程:

$$\begin{bmatrix} a & b & c & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -i_1 & -j_1 & -k_1 \\ 0 & a & b & c & 0 & 0 & 1 & 0 & -i_2 & -j_2 & -k_2 \\ 0 & 0 & a & b & c & 0 & 0 & 1 & -i_3 & -j_3 & -k_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_9 \\ u \\ v \\ w \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} e \\ f \\ g \end{bmatrix} \quad (18)$$

其中 0 为 1×3 向量。为简化方程, 记 $D^* =$

$$\begin{bmatrix} a & b & c & 0 & 0 \\ 0 & a & b & c & 0 \\ 0 & 0 & a & b & c \end{bmatrix}, D^* \text{ 为 } \times 9 \text{ 的耦合}$$

$$\text{矩阵, } I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ 为单位矩阵, } R^* = R_{GC}^{T-1} =$$

$$\begin{bmatrix} i_1 & j_1 & k_1 \\ i_2 & j_2 & k_2 \\ i_3 & j_3 & k_3 \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_9 \end{bmatrix}, t = T_T^{LC} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}, P =$$

$$P_G = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, E^* = R_{GC}^{T-1} \cdot T_{GC}^T = \begin{bmatrix} e \\ f \\ g \end{bmatrix} \text{ 代入式(18)}$$

可得:

$$[D^* \quad I \quad -R^*] \cdot \begin{bmatrix} R \\ t \\ P \end{bmatrix} = -E^* \quad (19)$$

根据式(19), 将已知参数和未知参数进行提取分离, 为线性方程。由于未知量大于方程个数, 需要利用 n 组不同位姿耦合构建方程组

$Ax=b$ 求解,其中 $A=[D^* \ I \ -R^*]_n$ 为 $3n \times$

15 的已知参数矩阵, $x=\begin{bmatrix} R \\ t \\ P \end{bmatrix}$ 为 15×1 的未知参

数向量, $b=-E_n^*$ 为 $3n \times 1$ 的已知参数矩阵。

进一步考虑,由于 GCS 和特征点事先固定,当特征点在 GCS 视场内且无遮挡时,可以利用 GCS 求出 P_G ,此时一般性方程(15)就退化

$$R_T^{LC} \cdot P_L + t_T^{LC} = R_{GC}^T \cdot (P_G - t_{GC}^T). \quad (20)$$

令 $G^* = R_{GC}^T \cdot (P_G - t_{GC}^T)$,则式(19)同理退化

$$[D^* \ I] \cdot \begin{bmatrix} R \\ t \end{bmatrix} = G^*. \quad (21)$$

此时,利用 n 组不同位姿构建方程组 $Ax=b$,其中 $A=[D^* \ I]_n$ 为 $3n \times 12$ 的已知参数矩阵, $x=\begin{bmatrix} R \\ t \end{bmatrix}$ 为 12×1 的未知参数向量, $b=G_n^*$ 为 $3n \times 1$ 的已知参数矩阵。

4 多位姿多点耦合中转标定

LCS 的视场范围小,单像素测量精度较高,且所受环境干扰因素相对较小,但是其测量误差仍会受相机的系统误差(偏差)和随机误差(方差)的影响^[16]。误差总和可以表示为:

$$\begin{cases} R_{GC}^T \cdot (R_T^{LC} \cdot [P_{L1}^1 \ P_{L2}^1 \ \cdots \ P_{Lm}^1] + t_T^{LC}) + t_{GC}^T \cdot \{1\} = [P_{G1} \ P_{G2} \ \cdots \ P_{Gm}] \\ R_{GC}^T \cdot (R_T^{LC} \cdot [P_{L1}^2 \ P_{L2}^2 \ \cdots \ P_{Lm}^2] + t_T^{LC}) + t_{GC}^T \cdot \{2\} = [P_{G1} \ P_{G2} \ \cdots \ P_{Gm}] \\ \cdots \\ R_{GC}^T \cdot (R_T^{LC} \cdot [P_{L1}^n \ P_{L2}^n \ \cdots \ P_{Lm}^n] + t_T^{LC}) + t_{GC}^T \cdot \{n\} = [\cdots] \end{cases}. \quad (26)$$

由式(26)可以得到一般性方程:

$$R_{GC}^T \cdot (R_T^{LC} \cdot [P_{L1} \ P_{L2} \ \cdots \ P_{Lm}] + t_T^{LC}) + t_{GC}^T = [P_{G1} \ P_{G2} \ \cdots \ P_{Gm}]. \quad (27)$$

$$E_P = E_s + E_r, \quad (22)$$

其中: E_P 为 LCS 的整体测量误差; E_s 为系统误差分量,是在测量过程中始终保持一致的偏差,误差源与系统的硬件配置和软件算法有关; E_r 为随机误差分量,是在测量过程中不可预测的误差,一般源于外部环境和设备的随机噪声。当 E_r 分布足够大时,随机误差均值趋向于 0。因此,随机误差可以通过在静态条件下多次重复测量来抵消^[17],即满足 E_r 期望为 0,即:

$$E(E_r) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m E_r = 0. \quad (23)$$

利用单个不变点 P_G 进行多位姿组合中转标定,其稳定性受 LCS 在单站位下测得的对应点 P_L^i 的影响。根据式(22)和式(23),可以单站位下利用多点 $P_{L1}^i, P_{L2}^i, \cdots, P_{Lm}^i$ 组合减少 E_r 随机误差的影响,令 $P_{Lk}^i = P_{Lk}^{i'} + E_{rk}$, $k=1, 2, \cdots, m$ 。其中, $P_{Lk}^{i'}$ 包含系统误差分量, E_{rk} 为随机误差分量,则有:

$$\sum_{k=1}^m P_{Lk}^i = \sum_{k=1}^m P_{Lk}^{i'} + \sum_{k=1}^m E_{rk}. \quad (24)$$

由式(23)可得:

$$\sum_{k=1}^m E_{rk} = mE(E_r) = 0. \quad (25)$$

该方法可以减小部分随机误差分量的影响,提升方程组求解的稳定性。将该方法应用到式(14)中,进一步得到:

将式(27)化简可得:

$$\sum_{k=1}^m R_{GC}^T \cdot P_{Lk} + m \cdot t_T^{LC} - \sum_{k=1}^m R_{GC}^T \cdot P_{Gk} = -m \cdot R_{GC}^T \cdot t_{GC}^T. \quad (28)$$

令 $P_{Lk} = \begin{bmatrix} a_k \\ b_k \\ c_k \end{bmatrix}$, $P_{Gk} = \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \end{bmatrix}$, $k \in (1, m)$, m 为

LCS测得点个数。式(28)展开为:

$$\left\{ \begin{aligned} & \left(\sum_{k=1}^m a_k \right) \cdot r_1 + \left(\sum_{k=1}^m b_k \right) \cdot r_2 + \left(\sum_{k=1}^m c_k \right) \cdot r_3 + m \cdot u - [i_1 \quad j_1 \quad k_1] \cdot \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^m x_k \\ \sum_{k=1}^m y_k \\ \sum_{k=1}^m z_k \end{bmatrix} = -m \cdot e \\ & \left(\sum_{k=1}^m a_k \right) \cdot r_4 + \left(\sum_{k=1}^m b_k \right) \cdot r_5 + \left(\sum_{k=1}^m c_k \right) \cdot r_6 + m \cdot v - [i_2 \quad j_2 \quad k_2] \cdot \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^m x_k \\ \sum_{k=1}^m y_k \\ \sum_{k=1}^m z_k \end{bmatrix} = -m \cdot f \\ & \left(\sum_{k=1}^m a_k \right) \cdot r_7 + \left(\sum_{k=1}^m b_k \right) \cdot r_8 + \left(\sum_{k=1}^m c_k \right) \cdot r_9 + m \cdot w - [i_3 \quad j_3 \quad k_3] \cdot \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^m x_k \\ \sum_{k=1}^m y_k \\ \sum_{k=1}^m z_k \end{bmatrix} = -m \cdot g \end{aligned} \right. \quad (29)$$

针对上式, 令 $A^* = \left(\sum_{k=1}^m a_k \right)$, $B^* = \left(\sum_{k=1}^m b_k \right)$, $C^* = \left(\sum_{k=1}^m c_k \right)$, $P = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^m x_k & \sum_{k=1}^m y_k & \sum_{k=1}^m z_k \end{bmatrix}^T$ 。

至此构建方程组:

$$\begin{bmatrix} A^* & B^* & C^* & 0 & 0 & m & 0 & 0 & -i_1 & -j_1 & -k_1 \\ 0 & A^* & B^* & C^* & 0 & 0 & m & 0 & -i_2 & -j_2 & -k_2 \\ 0 & 0 & A^* & B^* & C^* & 0 & 0 & m & -i_3 & -j_3 & -k_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_9 \\ u \\ v \\ w \\ P \end{bmatrix} = -m \cdot \begin{bmatrix} e \\ f \\ g \end{bmatrix}. \quad (30)$$

重新记耦合矩阵 $D^* = \begin{bmatrix} A^* & B^* & C^* & 0 & 0 \\ 0 & A^* & B^* & C^* & 0 \\ 0 & 0 & A^* & B^* & C^* \end{bmatrix}$, 式

(30)可以简化为:

$$[D^* \quad m \cdot I \quad -R^*] \cdot \begin{bmatrix} R \\ t \\ P \end{bmatrix} = -m \cdot E^*. \quad (31)$$

根据式(31), 利用 n 组不同位姿就可以构建方程组 $Ax = b$ 求解, 其中 $A = [D^* \quad mI \quad -R^*]_n$,

为 $3n \times 15$ 的已知参数矩阵, $x = \begin{bmatrix} R \\ t \\ P \end{bmatrix}$ 为 15×1 的

未知参数向量, $b = -m \cdot E_n^*$ 为 $3n \times 1$ 的已知参数矩阵。

5 实验与结果分析

5.1 组合式测量系统搭建

图3为组合式视觉测量系统实验平台, 该平台主要包括激光跟踪仪和六自由度(6D)传感器。其中, 激光跟踪仪作为全局跟踪系统(GTS), 其三维点综合空间测量精度为 $15 \mu\text{m} + 6 \mu\text{m}/\text{m}$,

6D 传感器作为中转靶标固定于 LCS 上,获取与 GTS 之间的转换关系,其姿态角测量精度为 0.03° 。LCS 主要是由两台 130 万像素 DMK 33GP1300 黑白工业相机和两个 16 mm 镜头构成的双目测量系统。LCS 内外参数与畸变系数标定结果如表 1 所示。

表 1 LCS 系统内外参数与畸变系数

Tab. 1 Internal and external parameters and distortion coefficients of LCS systems

LCS system	Intrinsic parameter	Distortion coefficient	Extrinsic parameters
Left Camera	$\begin{bmatrix} 2520.28 & 0 & 666.53 \\ 0 & 2519.64 & 494.38 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.096\ 5 \\ 0.593\ 9 \\ -0.000\ 33 \\ 0.001\ 29 \\ -2.012\ 7 \end{bmatrix}$	$R = \begin{bmatrix} 0.815\ 8 & 0.058\ 6 & 0.575\ 3 \\ -0.054\ 5 & 0.998\ 2 & -0.024\ 3 \\ -0.575\ 7 & -0.011\ 5 & 0.817\ 6 \end{bmatrix}$
Right Camera	$\begin{bmatrix} 2545.52 & 0 & 630.78 \\ 0 & 2545.32 & 516.04 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.099 \\ 0.475\ 4 \\ -0.001\ 22 \\ -0.001\ 08 \\ -1.476 \end{bmatrix}$	
			$T = \begin{bmatrix} -334.09 \\ 9.243 \\ 115.87 \end{bmatrix}$

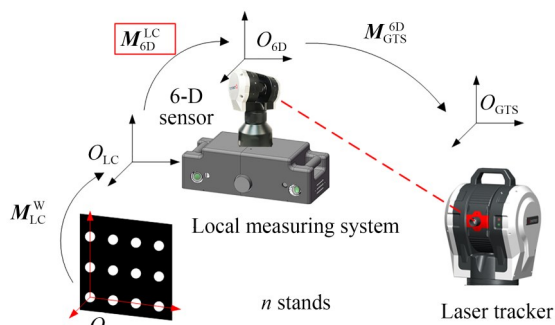


图 3 组合式视觉测量系统实验平台
Fig. 3 Experimental platform of combined vision measurement system

采用 LCS 对高精度标定块进行测量获取单系统的测量误差,如图 4 所示。其中,LCS 测量误差绝对值在 0.04 mm 以内,平均误差为 0.022 mm。

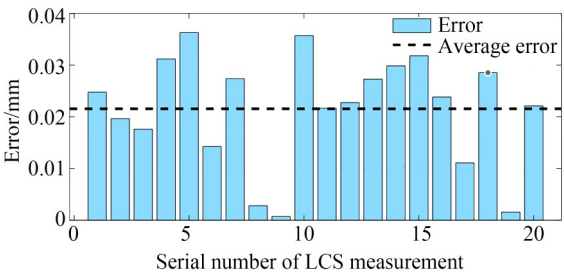


图 4 LCS 测量误差绝对值与平均误差
Fig. 4 LCS measurement error absolute value and average error

5.2 中转位姿标定实验与误差分析

实验适用于组合式系统测量的应用场景,利用提出的多位姿耦合中转标定法求解两级系统之间的中转位姿。将 GTS 与被测三维靶球固定于测量现场,GTS 跟踪测量与 LCS 固连的 6D 传感器,获取每一个位姿下的转换矩阵 M_{GC}^T ,LCS 同时测量被测靶球得到三维点坐标。中转位姿标定的工作距离受限于 GTS 和 LCS 的视场景深范围,GTS 需要观测到 6D 传感器,LCS 需要观测到固定公共特征点,保证两级测量结果准确,符合中转位姿定位求解的稳定性。在中转标定时,尽可能大角度变换位姿,以获取稳定的方程求解参数。具体实验步骤如下:

- (1)将 GTS 固定于测量现场,将 LCS 放置在视场范围内,完成各自系统的标定和校准。
- (2)在组合式测量系统前方摆放固定靶座,用于放置激光跟踪仪靶球和视觉靶球,见图 5。利用高精度的 GTS,事先测得靶座上激光跟踪仪靶球对应三维坐标 P_1, P_2, P_3 作为理论真值,测量结果见表 2,用于验证中转位姿求解的准确性。
- (3)将激光跟踪仪靶球替换为视觉靶球,由于激光跟踪仪靶球与视觉靶球高精度设计,配合靶座,测量所得三维点坐标可视为同一点。多次移动 LCS,利用双目拍摄重建三点视觉靶球坐标,同时 GTS 记录每一个位姿下对应 6D 传感器的转换矩阵。
- (4)利用上文推导的多位姿耦合中转标定公式求解中转位姿 M_{6D}^{LC} 。表 3 为多位姿单点耦合和

表 2 激光跟踪仪测量三点靶球的三维坐标

Tab. 2 Three-dimensional coordinates of three-point target ball measured by laser tracker (mm)

Point	X	Y	Z
P_1	1 608.631 4	-677.280 8	-100.613 0
P_2	1 624.353 6	-764.594 2	-104.755 6
P_3	1 606.240 3	-678.687 1	-37.339 7

多位姿多点耦合求解结果。

将多位姿单点耦合和多位姿多点耦合求解结果分别回代方程,求得 P_1, P_2, P_3 的回代三维坐标,利用激光跟踪仪测点的理论坐标和回代坐标之间距离的绝对值作为中转误差,即 $e_{\pi} = \|P_i - P_{st}\|_2$, P_i 为回代坐标, P_{st} 为理论坐标。图 6 为多位姿单点耦合标定下各个位姿 3 个靶点的中

转重建误差绝对值折线图,利用单点 P_2 求解中转位姿,然后回代比较得到 3 个点的误差。其中,点 P_1 与 P_3 相对于点 P_2 存在一致性偏差,其解更偏向于 P_2 ,对于整体的稳定性较差。图 7 为多位姿多点耦合标定下各个位姿 3 个靶点的中转重建误差绝对值折线图,利用 3 点进行耦合求解,3 个点的回代误差基本分布一致,整体的稳定性较好。

中转误差主要来源于中转位姿求解误差,关键受输入矩阵 A 和 b 影响,其中 A 和 b 包含转换矩阵求解误差与重建误差,导致中转位姿耦合了这两种误差。进一步,转换矩阵求解误差与重建误差又是来源于 GTS 和 LCS 系统误差,在测量过程中始终保持一致的系统偏差,包括相机内外参数标定误差和畸变校正不准确导致的三维重建误差。由于采用特征标志点识别,又存在图

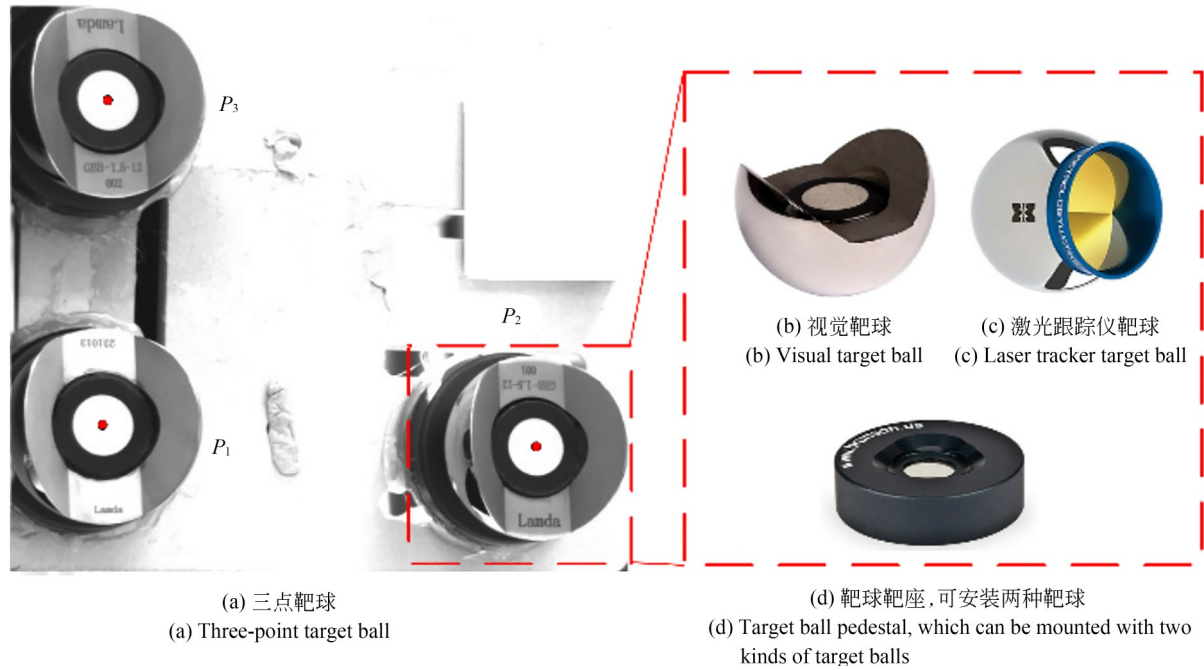


图 5 固定靶座与靶球

Fig. 5 Fixed target base and target balls

表 3 多位姿单点耦合和多位姿多点耦合求解结果

Tab. 3 Results of multi-position single-point coupling and multi-position multi-point coupling

M_{6D}^{LC}	R_{6D}^{LC}	T_{6D}^{LC}/mm
Single point solution	$\begin{bmatrix} -0.480\ 1 & -0.114\ 3 & -0.868\ 4 \\ 0.874\ 8 & -0.056\ 0 & -0.478\ 6 \\ 0.001\ 3 & -0.994\ 3 & 0.131\ 9 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 79.419 \\ -106.34 \\ -258.42 \end{bmatrix}$
Multipoint coupled solution	$\begin{bmatrix} -0.480\ 8 & -0.115\ 7 & -0.869\ 1 \\ 0.875\ 6 & -0.061\ 8 & -0.476\ 1 \\ 0.001\ 2 & -0.994\ 3 & 0.131\ 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 79.746 \\ -107.53 \\ -258.26 \end{bmatrix}$

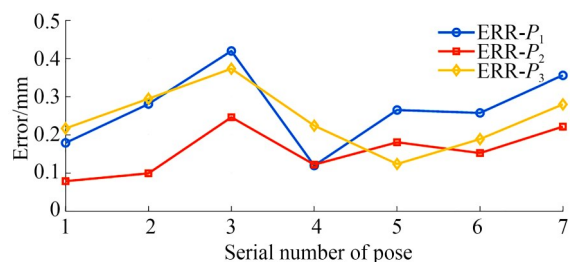


图6 多位姿单点耦合标定误差绝对值折线图

Fig. 6 Line diagram of multi-position single-point coupling calibration error absolute value

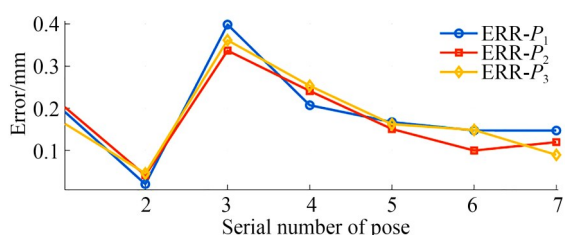


图7 多位姿多点耦合标定误差绝对值折线图

Fig. 7 Line diagram of multi-position and multi-point coupling calibration error absolute value

像特征提取的随机误差。随各级误差不断变大,中转误差也会随之变大,又因为中转位姿是两级系统数据转换拼接的纽带,其误差累计影响整体系统的测量精度。本文主要在研究中转误差稳定性受LCS在单站位下测得的对应点的影响,使用提出的多位姿多点耦合中转标定法,单站位下利用多点耦合减少随机误差影响,同时多点耦合求解可以有效避免中转位姿标定陷入局部单点最优,减少中转误差。

6 测量精度验证

在相对测量过程中,中转标定误差对两点的影 响可能是同向或异向,即导致两测量点相对距离变化小或大,所以通过组合测量评估测量过程中的相对误差,作为本系统的测量误差评估标准。为了更加直观表现中转标定的结果,本文利用组合式系统测量标准杆,标准杆两端标志点的标准距离为 574.004 mm,如图 8 所示。利用 LCS 在不同位姿下单独测量标准杆的两端的标志点,通过 GTS 获取 6D 传感器的转换位姿,将末端数据统一到 O_{GTS} 下。将两点组合距离与标准距离差的绝对值作为相对测量误差,即 $e_r =$

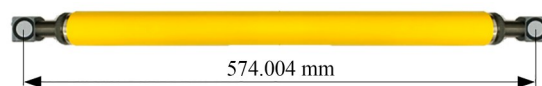


图8 标准杆两端标志点标准间隔

Fig. 8 Standard spacing of mark points at both ends of a standard bar

$|L_i - L_{st}|$, L_i 为两测量点相对距离, L_{st} 为标准杆两端标志点标准距离。

图 9 为多位姿单点耦合标定组合测量误差图,标定杆组合测量最大误差绝对值为 0.329 mm,平均误差为 0.158 mm。图 10 为多位姿多点耦合标定组合测量误差图,标定杆组合测量最大误差绝对值为 0.298 mm,平均误差为 0.142 mm,分析比较两种方法,可以得出多位姿多点耦合标定结果优于多位姿单点耦合标定结果,平均测量误差减少了 10.13% (0.016 mm)。

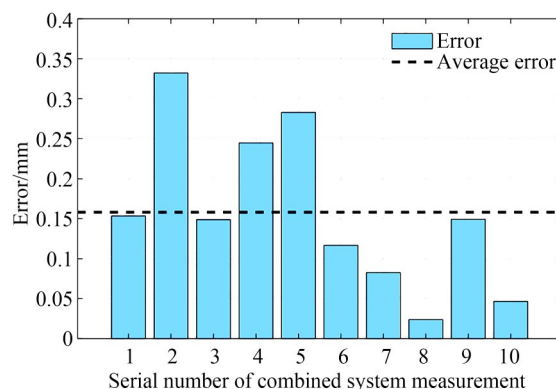


图9 多位姿单点耦合标定组合测量误差

Fig. 9 Multi-position single point coupling calibration combined measurement error

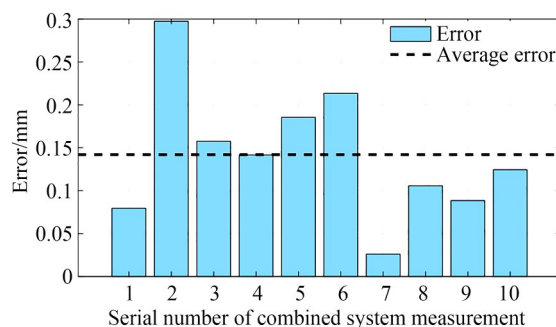


图10 多位姿多点耦合标定组合测量误差

Fig. 10 Multi-positions multi-point coupling calibration combined measurement error

7 结 论

本文针对组合式测量系统中转位姿标定,提出一种新的多位姿耦合求解方法,并基于此提出一种多位姿多点耦合中转标定法。通过设计中转标定实验,比较两种方法的求解稳定性,结论表明利用

多点耦合求解可以有效避免中转位姿标定陷入局部单点最优,保证中转位姿结果更稳定。最后利用标定杆进行组合式测量,确定两种方法的组合测量精度,通过比较可得多位姿多点耦合标定法更优,平均测量误差减少了 10.13%,该方法更适用于组合式测量系统两级之间的中转位姿标定。

参考文献:

- [1] SCHMITT R H, PETEREK M, MORSE E, *et al.* Advances in large-scale metrology-review and future trends [J]. *CIRP Annals*, 2016, 65 (2): 643-665.
- [2] LI B P, MAO J. Research progress on detection technology of large-size aircraft parts[J]. *Journal of Shanghai University of Engineering Science*, 2021, 35(4): 346-353.
- [3] SHI F, SUN N J, DU Z C, *et al.* Real-time measurement and compensation based on iGPS for industrial robotic pose accuracy[J]. *Journal of Physics: Conference Series*, 2023, 2591(1): 012058.
- [4] 曾彪,周元生,王圣晖,等. 基于通用三坐标测量机的面齿轮齿形误差测量[J]. *航空动力学报*, 2022, 37(4): 856-868.
ZENG B, ZHOU Y SH, WANG SH H, *et al.* Tooth profile error measurement of face gear based on general coordinate measuring machine[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2022, 37 (4): 856-868. (in Chinese)
- [5] 朱绪胜,刘蕾,陈雪梅. 基于蒙特卡洛仿真的车间现场激光跟踪仪测量站位优化[J]. *计算机集成制造系统*, 2020, 26(11): 3001-3010.
ZHU X SH, LIU L, CHEN X M. Measurement station optimization for laser tracker *in situ* using based on Monte-Carlo simulation[J]. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2020, 26 (11): 3001-3010. (in Chinese)
- [6] ZHOU Z L, LIU W, WU Q, *et al.* A combined measurement method for large-size aerospace components[J]. *Sensors*, 2020, 20(17): 4843.
- [7] 马平,欧建国,张智阳. 基于定位平台的大尺寸工件视觉测量技术研究[J]. *机械设计与制造*, 2021 (6): 249-252, 257.
MA P, OU J G, ZHANG ZH Y. A research on visual measurement technology of large size workpiece based on positioning platform [J]. *Machinery Design & Manufacture*, 2021 (6): 249-252, 257. (in Chinese)
- [8] 马国鹭,曾国英,赵斌. 基于无衍射姿态探针和全站仪组合测量空间隐藏坐标[J]. *光学 精密工程*, 2015, 23(2): 363-370.
MA G L, ZENG G Y, ZHAO B. Measurement of space coordinates in hidden parts by combining non-diffracting attitude probe and total station[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2015, 23(2): 363-370. (in Chinese)
- [9] BEŠIĆ I, VAN GESTEL N, KRUTH J P, *et al.* Accuracy improvement of laser line scanning for feature measurements on CMM[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2011, 49(11): 1274-1280.
- [10] ZHAO G, ZHANG P, XIAO W. Coordinate alignment of combined measurement systems using a modified common points method[J]. *Journal of Instrumentation*, 2018, 13(3): P03021.
- [11] LU Y K, LIU W, ZHANG Y, *et al.* An error analysis and optimization method for combined measurement with binocular vision [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2021, 34(10): 282-292.
- [12] 韩建栋,吕乃光,王锋,等. 采用光学定位跟踪技术的三维数据拼接方法[J]. *光学 精密工程*, 2009, 17(1): 45-51.
HAN J D, LÜ N G, WANG F, *et al.* 3D data registration method based on optical location tracking technology[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2009, 17 (1): 45-51. (in Chinese)
- [13] 陈媛,罗战,杨力,等. 一种基于立体靶标定位的三维重建方法[J]. *计量学报*, 2024, 45(4): 471-479.
CHEN Y, LUO Z, YANG L, *et al.* A 3D reconstruction method based on stereo target location [J]. *Acta Metrologica Sinica*, 2024, 45(4): 471-479. (in Chinese)
- [14] JIANG T, CHENG X, CUI H, *et al.* Combined shape measurement based on locating and tracking of an optical scanner [J]. *Journal of Instrumentation*, 2019, 14(1): P01006.

- [15] 王德元, 张晓琳, 马强, 等. 多站大尺寸测量仪坐标系转换的 Procrustes 方法[J]. 光学精密工程, 2014, 22(4): 949-955.
- WANG D Y, ZHANG X L, MA Q, *et al.* Procrustes method in coordinate transformation on multi-station of large scale measurement[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2014, 22(4): 949-955. (in Chinese)
- [16] HAGEMANN A, KNORR M, JANSSEN H, *et al.* Inferring bias and uncertainty in camera calibration [J]. *International Journal of Computer Vision*, 2022, 130(1): 17-32.
- [17] GUO R H, CUI H H, DENG Y, *et al.* An accurate volumetric error modeling method for a stereo vision system based on error decoupling[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2024, 73: 1-12.

作者简介:



杨仁川(1999—),男,硕士研究生,主要研究包括视觉测量和组合式系统测量。E-mail: yangrenchuan@nuaa.edu.cn

通讯作者:



崔海华(1979—),男,博士,教授,博士生导师,主要从事数字化三维视觉成像与精密测量等方面的研究。E-mail: cuihh@nuaa.edu.cn