

文章编号 1004-924X(2024)23-3513-12

亚像素边缘检测算法综述

曾猛杰¹, 汪晨曦¹, 赖俊杰¹, 陈奕涵¹, 陈泽伟¹, 颜丙功², 任洪亮^{1*}

(1. 华侨大学 信息科学与工程学院 福建省光传输与变换重点实验室, 福建 厦门 361021;
2. 华侨大学 机电及自动化学院, 福建 厦门 361021)

摘要:综述了亚像素边缘检测算法的研究现状及其应用进展。首先简要介绍了三类传统边缘检测算法(基于梯度、基于统计特性和结构化边缘检测算法)的基本原理,并分析了它们在边缘检测精度方面的局限性。其次,阐述了亚像素边缘检测的基本概念及其在提升边缘检测精度方面的优势。随后重点对三种主要的亚像素边缘检测方法(插值法、拟合法和矩方法)的理论基础、算法原理及其应用特点进行了详细论述。通过对比分析表明,这些方法在不同应用场景下均能实现高精度的边缘检测。最后,总结了亚像素边缘检测技术目前存在的主要问题,并从噪声抑制、模型优化和技术融合等方面对未来研究方向进行了展望。

关键词:亚像素边缘检测; Canny 算子; 插值法; 拟合法; 矩方法

中图分类号: TP391.41; O439 **文献标识码:** A **doi:** 10.37188/OPE.20243223.3513

Review of sub-pixel edge detection algorithms

ZENG Mengjie¹, WANG Chenxi¹, LAI Junjie¹, CHEN Yihan¹, CHEN Zewei¹, YAN Binggong²,
REN Hongliang^{1*}

(1. College of Information Science and Engineering, Fujian Key Laboratory of Light Propagation and Transformation, Huaqiao University, Xiamen 361021, China;
2. College of Mechanical Engineering and Automation, Huaqiao University, Xiamen 361021, China)
* Corresponding author, E-mail: renhongliang@ustc.edu

Abstract: This paper reviews the research status and application progress of sub-pixel edge detection algorithms. First, three traditional edge detection algorithms (gradient-based, statistical-based, and structured edge detection algorithms) are briefly introduced, and their limitations in edge detection accuracy are analyzed. Then, the concept of sub-pixel edge detection and its advantages in improving edge detection precision are elaborated. Subsequently, three major sub-pixel edge detection methods (interpolation method, fitting method, and moment method) are discussed in detail regarding their theoretical foundations, algorithmic principles, and application characteristics. Comparative analysis shows that these methods can achieve high-precision edge detection in different application scenarios. Finally, the paper summarizes the main existing challenges in sub-pixel edge detection technology and provides future research prospects from aspects of noise suppression, modal optimization, and technology integration.

Key words: sub-pixel edge detection; canny operator; interpolation method; fitting method; moment method

收稿日期: 2024-07-02; 修订日期: 2024-07-24.

基金项目: 厦门市高校科研院所产学研项目 (No. 20231ZC016)

1 引言

边缘检测作为计算机视觉和图像处理领域的基础技术之一,在图像分析、目标识别和特征提取等方面发挥着关键作用。随着技术的发展,边缘检测已广泛应用于自动驾驶^[1]、卫星遥感^[2]、医学影像分析^[3]以及工业检测^[4-6]等领域,为社会进步提供了重要的技术支撑。

在数字图像处理领域中,边缘检测的对象是离散图像。从连续视觉信息到离散像素图像的转换过程为:首先对连续图像进行采样,然后对采样点的强度信息进行量化,最终得到由像素组成的离散图像。离散图像的基本单元是像素,每个像素代表图像中一个特定位置,且携带着该位置的强度信息。

边缘是图像中灰度值显著变化的区域,传统的边缘检测算法大致分为 3 种:基于梯度的边缘检测算法,基于统计特性的边缘检测算法以及结构化边缘检测算法。基于梯度的边缘检测算法是最早期使用的一类算法,这类方法通过计算图像的梯度来检测图像边缘。基于梯度的边缘检测算法又分为一阶梯度算子和二阶梯度算子。一阶梯度算子通过计算图像的一阶导数来检测边缘,一阶导数幅度较大的区域通常对应边缘位置。常见的一阶梯度算子有:Roberts 算子^[7],Sobel 算子, Prewitt 算子^[8], Kirsch 算子^[9]和 Robinson 算子。二阶梯度算子则是通过计算图像的二阶导数来检测边缘,二阶导数在图像边缘位置会发生显著响应。常见的二阶梯度算子包括 Laplacian 算子, LOG (Laplacian of Gaussian) 算子^[10]以及 Canny 算子^[11]。基于统计特性的边缘算法通过分析图像中的局部和全局特征,利用统计特性和概率特性来检测边缘。常见算法有: SUSAN (Smallest Univalued Segment Assimilating Nucleus) 算法^[12], 通过计算局部区域中像素与中心像素的相似性来检测边缘; Pb (Probability of Boundary) 算法^[13], gPb (Globalized Probability of Boundary) 算法^[14]以及 gPb-UCM (Globalized Probability of Boundary- Ultrametric Contour Map) 算法^[15], 都是基于分析图像中的亮度、颜色和纹理特征等来检测边缘; SCG (Sparse Coding Gradient) 算法^[16], 结合稀疏编码技术和统计特性

对图像进行边缘检测; PMI (Pointwise Mutual Information) 算法^[17], 则通过计算像素对之间的点互信息来检测图像边缘。

随着机器学习技术的发展, 结构化边缘检测技术逐渐兴起, 结构化边缘检测利用更大范围内的结构信息, 更好地捕捉图像中的边缘结构, 从而提高边缘检测的准确性, 如 Sketch-Tokens 算法^[18], SE (Structured Edge Detection) 算法^[19]以及 OEF (Oriented Edge Forests) 算法^[20]等。这 3 个算法通过综合利用随机森林分类器和结构信息, 在多种边缘检测任务中实现了高效准确的性能。

传统的像素级边缘检测算法虽然取得了显著成效, 但由于数字图像从连续到离散的采样过程中存在固有的量化效应, 单个像素无法表达更精细的图像信息。这一局限性在高精度视觉测量等应用场景中尤为突出。为了突破像素级检测的精度瓶颈, 亚像素边缘检测技术应运而生, 并逐渐成为提升检测精度的重要手段。研究表明, 在机器视觉测量和定位任务中, 亚像素边缘检测技术能够显著提高成像系统的标定精度, 实现更高精度的视觉定位和测量^[21-23]。

亚像素是像素内或像素间更小更精细的基本单元, 能够表示更精确的位置信息和灰度信息, 有助于提高边缘检测的精度。像素级边缘与实际边缘差异较大, 而通过亚像素边缘检测得到的亚像素级边缘更接近实际边缘。目前, 亚像素边缘检测主要包括插值法、拟合法和矩方法三类算法。本文旨在全面梳理亚像素边缘检测的研究现状, 详细分析各类算法的原理、特点及应用情况, 并对未来研究方向进行展望, 以为该领域的进一步发展提供参考。

2 插值法

插值法是一种常用的图像处理技术, 用于估计已知像素点的离散网格间位置的灰度值, 如图 1 所示, 通过对原图像进行插值处理, 能够获得具有亚像素的插值图像。对插值图像进行边缘检测, 就能定位到亚像素级别的边缘位置。插值算法主要分为线性插值和非线性插值。线性插值是一种基于线性关系的插值方法, 其基本思想是假设已知像素点之间的变化是线性

的,由此计算出插值点的灰度值。线性插值易于实现,计算成本较低,适用于简单的数据模型,但其边缘定位的精确度较低。非线性插值方法通常采用高次多项式、样条函数或者其他非线性函数来假设已知灰度值之间的变化曲

线,从而生成插值点。非线性插值法较为灵活,可以更好地适应复杂数据的变化,边缘检测精度更高;但是数学运算更复杂,同时对于含噪数据,非线性插值函数可能会导致过拟合,从而影响插值结果。

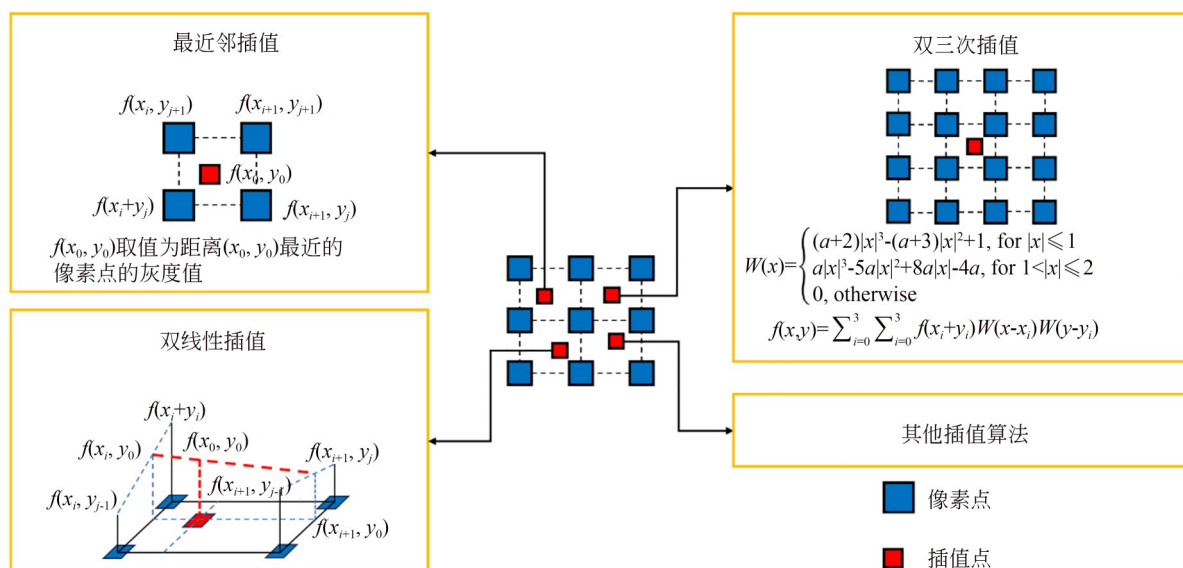


图 1 常见的插值算法示意图

Fig. 1 Schematic diagram of common interpolation algorithms

线性插值算法主要有最近邻插值法和双线性插值法等。其中,最近邻插值法是一种相对简单的图像插值算法,它计算简单、速度较快。但是简单的插值算法带来的弊端就是插值后的图像锯齿状严重,最终影响边缘检测精度。双线性插值则是使用插值点周围 4 个已知像素点的灰度值来计算插值点的灰度值,充分考虑横纵两个方向的灰度值之间的线性关系,插值点更能反映像素点之间的变化,因此能提高边缘检测精度。

实际像素点之间的灰度值不总是线性关系,所以需要引入非线性插值法获得更准确的插值图像,以此提高亚像素边缘检测的精度。Jensen 等提出了一种非线性插值算法,相较于双线性插值算法具有更好的抗噪能力^[24]。Hermosilla 等考虑两种像素的表示方式,提出了一种基于 ENO(Essential Non-oscillatory)的四阶非线性插值方法,提高了亚像素边缘的检测精度^[25]。Khan 和 Lee 等利用 EEST(Extended Edge Slope Tracing)得到的斜率值进行直接斜率

插值,该算法在不影响性能的情况下能保持较低的复杂度^[26]。

插值法对已知数据具有较强的依赖性,故噪声对插值法的影响较大。所以有的算法注重于减少图像噪声,如图 2 所示。Kubota 等利用概率松弛滤除随机噪声,然后采用一阶多项式对去噪处理的图像进行插值处理,实现了亚像素边缘轮廓提取^[27]。Yao 和 Ju 在中值滤波对图像去噪的前

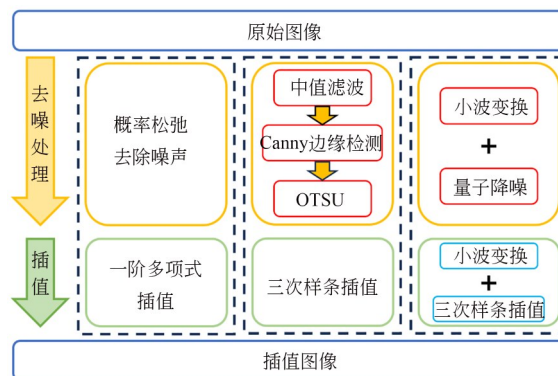


图 2 去噪后再插值计算流程

Fig. 2 Flowchart of interpolation calculation after denoising

前提下,采用 Canny 算法粗定位边缘,再利用 OTSU 法对边缘图像进行二值化以减小噪声的影响,最后才用三次样条函数进行插值处理^[28]。Feng 等多次应用小波变换,首先将其结合量子去噪算法以增强图像的描述性能和减小噪声的影响,然后将其与三次样条插值算法结合完成对边缘的插值,从而实现图像亚像素边缘点的定位^[29]。

将 Canny 边缘检测算子同插值算法结合,同

样获得不错的边缘检测效果,算法流程如图 3 所示。Xie 等在此基础上,应用 Hermite 插值算法对图像在梯度方向上进行插值^[30]。Hai 和 Zhao 利用改进的 Canny 算法对图像进行边缘检测,然后采用多项式对图像进行插值处理,从而完成亚像素边缘定位^[31]。Shaohu, Peng 等应用插值算法丰富图像边缘信息,最后利用 Zernike 矩法进行亚像素边缘检测^[32]。

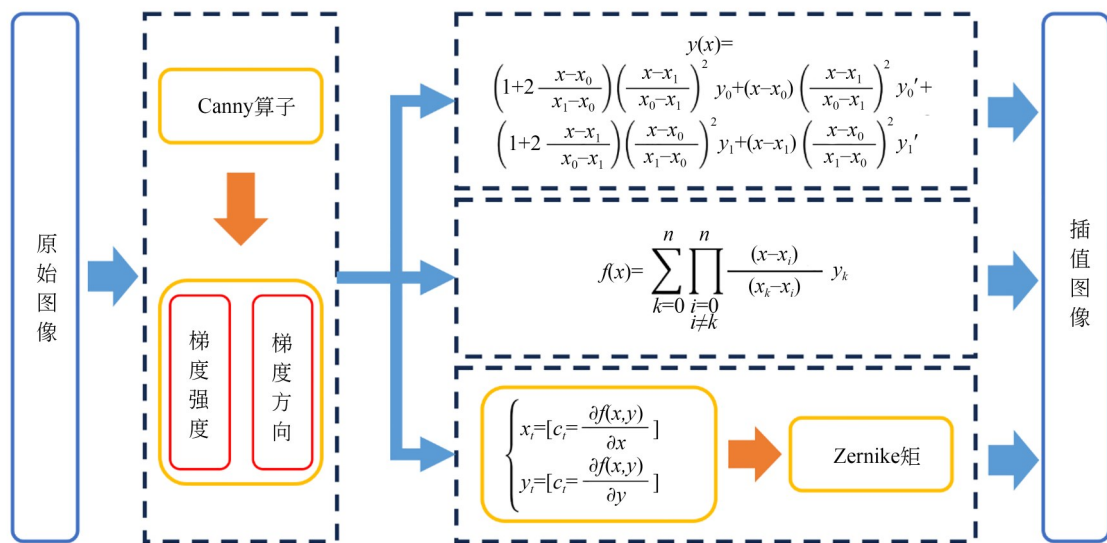


图 3 基于边缘梯度方向插值流程

Fig. 3 Flowchart based on edge gradient direction interpolation

为了提高边缘检测的性能, Xiao 等在对图像进行多项式插值获得亚像素点的基础上,通过最小二乘法更好地拟合亚像素边缘^[33]。Liu 等通过分析实际陶瓷缺陷的灰度分布,选用模糊边缘模型作为亚像素边缘模型进行插值运算,完成亚像素边缘定位^[34]。

3 拟合法

拟合法就是将已知边缘像素点同边缘模型进行拟合,然后通过优化算法调整像素边缘点同边缘模型的误差,以获得最佳拟合边缘效果的边缘模型,根据获得的边缘模型参数即可实现亚像素边缘定位。通过拟合法定位亚像素边缘有两个关键要素,第一个是拟合模型,拟合模型由若干个参数控制,更接近实际边缘的拟合模型能够

更精确地定位出实际图像的亚像素边缘,常见的拟合模型如图 4 所示;第二个是优化算法,其目的是使拟合模型更加接近实际边缘的数据点,通过优化可以最大程度减小拟合模型和实际边缘点的差异,最终得到最优拟合模型的控制参数,即亚像素边缘参数。

对图像边缘进行拟合主要有两种方案:一种是直接对边缘像素点进行拟合,另一种是对边缘法线方向上的一系列数据点进行拟合。前者更关注边缘像素点之间的位置关系,后者则更关注边缘法线方向像素点之间的灰度值变化。

上述拟合模型对高精度亚像素边缘检测尤为重要,拟合法定位亚像素边缘的流程如图 5 所示。1987 年, Nalwa 等提出将双曲正切函数作为边缘模型,通过将双曲正切函数与实际边缘像素

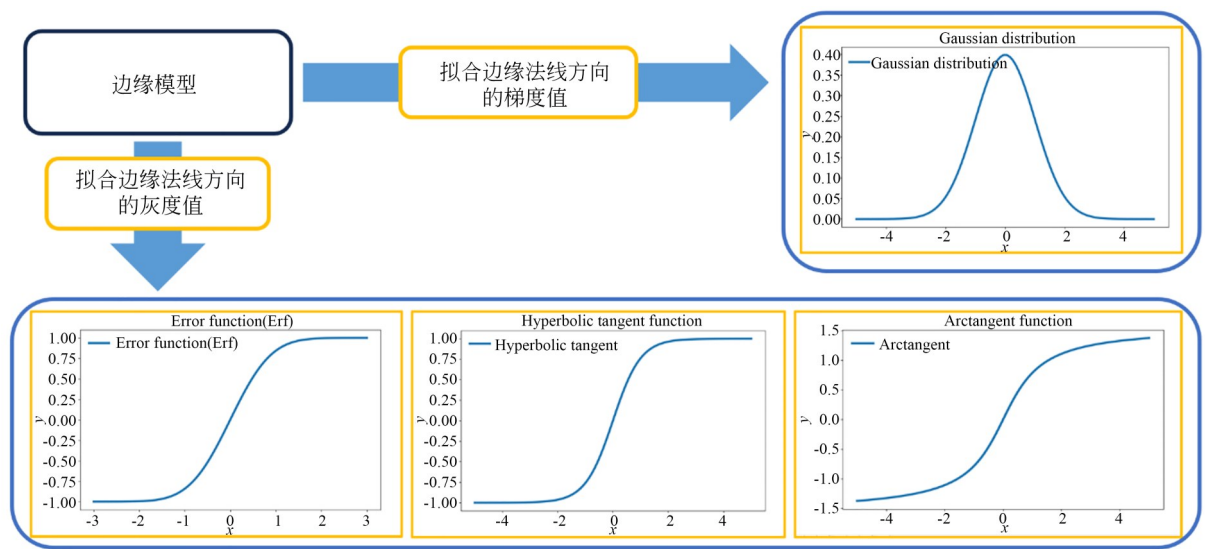


图 4 边缘拟合模型
Fig. 4 Edge fitting models

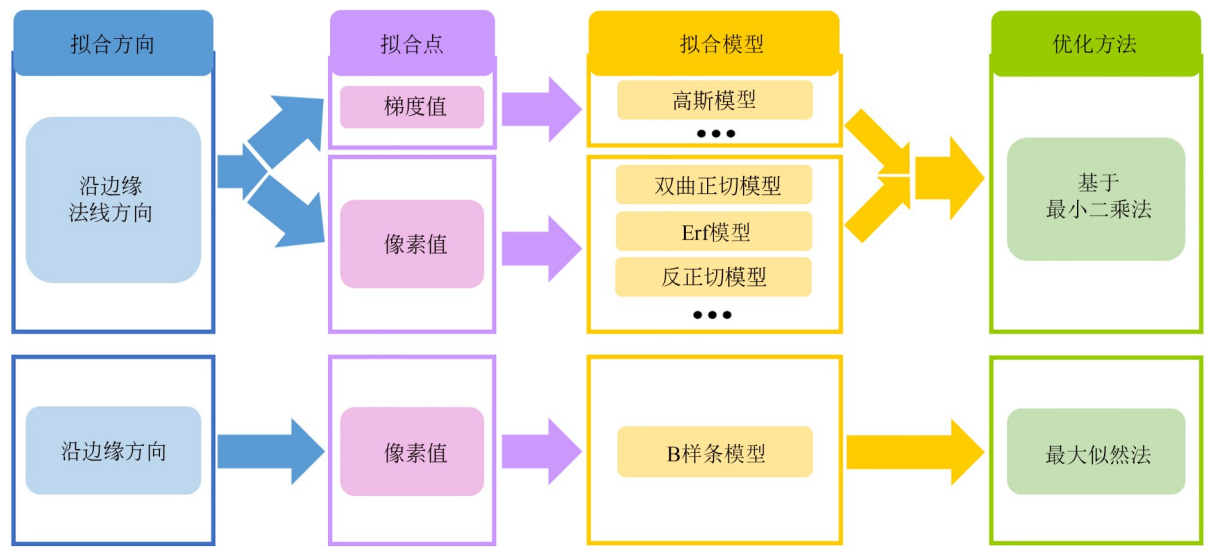


图 5 拟合法定位亚像素边缘流程
Fig. 5 Flowchart for locating sub-pixel edges using fitting method

点进行拟合,然后选取最小二乘误差法来优化拟合模型,根据最终拟合模型定位亚像素边缘位置^[35]。2005年,Ye等采用一种模糊边缘模型对图像边缘点进行拟合,推导出该模型对一维图像拟合和二维图像拟合的误差公式,从而将实际图像边缘与拟合模型之间的差异最小化,以此求解边缘参数从而定位亚像素边缘^[36]。2011年,Hagara和Kulla提出了Erf(Error function)模型,在检出像素级边缘的基础上,采用Erf模型对边缘像素进行拟合,通过误差函数控制模型达到最佳拟

合形式,拟合结束后的模型参数接近亚像素边缘参数^[37]。2012年,Fabijańska利用Sobel算子获得图像的像素级边缘以及边缘像素的梯度值,然后基于最小二乘法提出用高斯模糊模型对边缘像素的梯度值进行拟合并优化,以此获取梯度最大值的亚像素坐标,从而完成亚像素边缘定位^[38]。2016年,Sun等提出用反正切模型拟合一系列边缘像素点,然后利用最小二乘法求解最佳拟合模型的模型参数,即可获取亚像素边缘参数^[39]。2018年,Duan等将拟合法应用于亚像素边缘的

高精度检测^[40]。首先对边缘图像的边缘像素点进行拟合再离散化,以此获得后续拟合边缘模型的边缘像素点,基于拟合曲线获取每个像素的法线方向,然后将高斯积分模型分别拟合各个边缘像素点在其法线方向上选取的一系列像素点,经过优化得到的高斯模型参数即为亚像素边缘参数。2021年,Zhang等将二维图像转化为多个一维图像进行边缘拟合处理,用四次函数曲线近似替代一维图像灰度值的二阶导数,完成拟合。同样根据最小二乘法对四次函数曲线参数进行求解,从而实现亚像素边缘定位^[41]。

上述拟合模型的优化都使用了最小二乘法。当然也有部分研究者使用其他优化方法,如Bouchara等采用B样条模型对边缘像素点进行拟合,采用最大似然法来优化拟合模型,最后获得亚像素边缘^[42]。

拟合法通过对边缘附近的像素点进行拟合,所以能够获得精度更高的亚像素级边缘。对于不同类型边缘的检测,拟合法通常能够表现出更强的适应性,但需要进行较为复杂的优化计算。

4 矩方法

矩方法是通过计算图像的矩,然后根据图像的矩计算出边缘的方向和位置。图像的矩是一种用于描述图像特征的数学工具,提供了关于图像的灰度分布和形状的信息。1984年,Tabatabai等提出了灰度矩法,该算法首先计算离散图像的前三阶灰度矩,然后求解边缘参数获得亚像素边缘位置^[43]。1989年,Lyvers等提出了基于空间矩的亚像素边缘检测算法,相比灰度矩,空间矩不仅关注像素点的灰度值,还关注像素点的空间位置,也就是像素点的坐标^[44]。1992年,Ghosal等将Zernike矩用于亚像素边缘检测^[45]。不同于灰度矩和空间矩,Zernike矩是用一组Zernike正交基函数同图像函数内积获得,通过获得的Zernike矩可以计算出亚像素边缘的4个参数。Zernike矩计算相对简单,性能优秀,定位准确度高,因此得到了广泛的应用。2008年,Bin等将Fourier-Mellin矩运用于亚像素边缘定位,该算法的亚像素边缘定位高,对噪声的容忍性强^[46]。

上述4个经典的矩方法使用的边缘模型都是理想的二维阶跃模型,如图6所示。在单位圆

内定义该边缘模型,该模型具有4个边缘参数用于定位边缘位置。4个边缘参数分别是背景灰度值 h ,阶跃灰度值 k ,边缘距离 l 和边缘方向 ϕ ,图中的 $f(x,y)$ 用于表示模型中连续图像的灰度值。

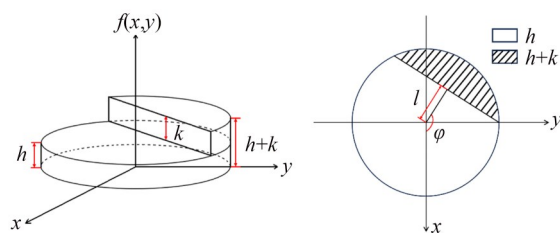


图6 理想的二维阶跃模型

Fig. 6 Ideal two-dimensional step model

矩方法的定位流程如图7所示。首先,在理想二维阶跃模型的基础上,利用相应的矩定义式计算出连续图像的若干个矩。这若干个矩用于计算连续图像的4个边缘参数,从而精确获取连续图像的亚像素边缘位置。灰度矩法利用图像的灰度重心对边缘方向进行求解,其余3种方式则是将理想二维阶跃模型进行旋转,用旋转矩求解边缘方向。不同的矩方法定位亚像素边缘位置所需的矩的个数不同,其中灰度矩和空间矩都是实数矩。而Zernike矩和Fourier-Mellin矩含有部分复数矩,能够有效简化边缘方向的求解。

在实际应用中,图像是离散的,故边缘定位方法要尽可能地将离散图像与理想阶跃模型拟合,具体步骤如下:

(1)根据实际需求选择一个适当窗口尺寸的矩掩膜,例如 5×5 的矩掩膜,该掩膜包含25个元素。

(2)将这个矩掩膜同理想二维阶跃模型进行拟合,以确保单位圆最大限度填充矩掩膜。

(3)根据相应的矩定义式分别求出矩掩膜中所有小窗口内包含单位圆部分的矩,由此构成矩掩膜中的元素。图8为Zernike矩掩膜 A_{11} mask的计算过程。

(4)在求得矩掩膜之后,将所求矩掩膜同离散图像进行卷积操作,获得相对应的矩。

(5)通过所求的若干个离散图像的矩计算出离散图像的4个边缘参数,最终实现亚像素边缘

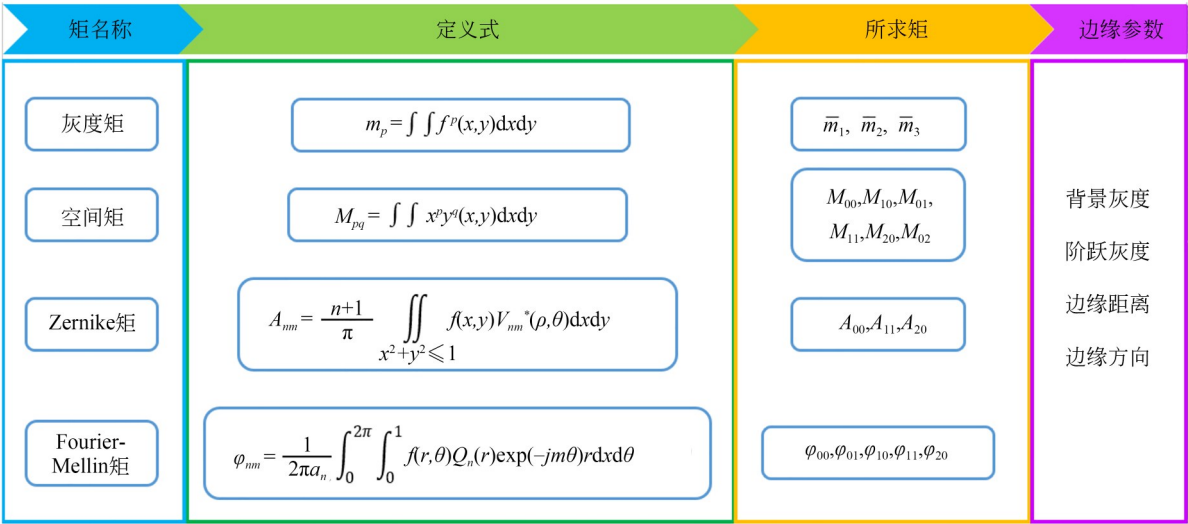


图 7 经典矩方法的亚像素边缘定位流程

Fig. 7 Flowchart of classic sub-pixel edge localization using moment method

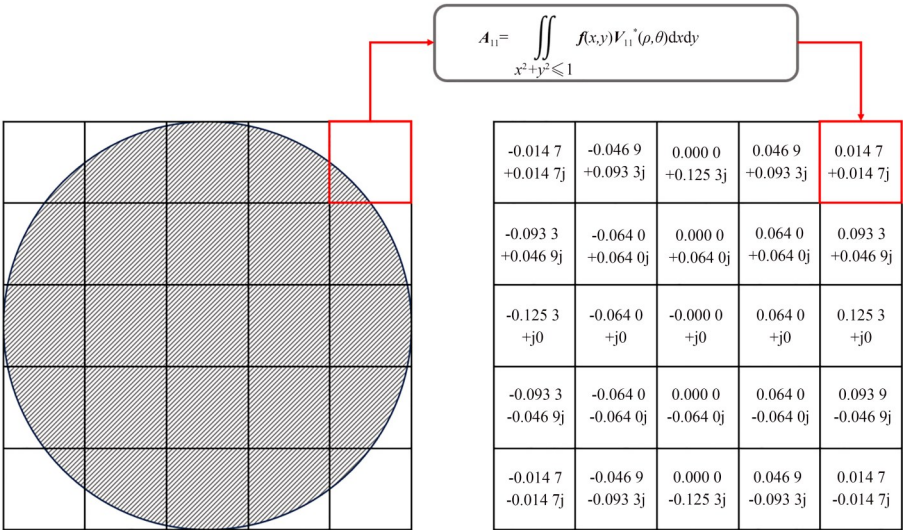


图 8 Zernike矩掩膜 A_{11} mask 的计算过程^[45]

Fig. 8 Calculation process for mask of Zernike moment A_{11} ^[45]

的精确定位。

上述方法充分考虑离散图像的特性,通过矩掩膜与单位圆的拟合操作实现对理想二维阶跃模型的有效逼近,为亚像素边缘检测提供了灵活可靠的解决方案。

Zernike矩具有诸多优势,其正交性确保矩提取的图像特征相互独立,避免冗余;其旋转不变性能保持图像形状信息不受旋转影响,因此利用Zernike矩计算边缘方向时,可以通过旋转图像的矩来求解,简化计算。

由于Zernike矩法的边缘检测精度高、速度快,基于Zernike矩的改进算法也表现出良好效果。如图9所示,改进方法将Zernike矩结合性能良好的边缘检测算子,进一步提升检测效果。2005年,Qu等结合Sobel算子对Zernike矩算法进行改进^[47]。2011年,罗敏等将Roberts算子同Zernike矩算法结合获得一种新的亚像素边缘算法^[48]。2022年,Wang等在Zernike矩算法的基础上引入改进后的Canny算子用于定位亚像素边缘位置^[49]。这3种方法都在Zernike矩的方法上

引入传统的边缘检测算子来提高算法的性能,先通过传统的边缘检测算子对图像进行像素级别的粗定位,然后在边缘粗定位的基础上,再利用 Zernike 矩法对边缘粗定位图像进行重新定位,由此定位亚像素级边缘,流程如图 9 所示。基于 Zernike 矩改进的亚像素边缘检测算法在一定程度上提高了边缘检测的精确度、速度和抗噪性。

上述改进算法都是基于理想二维阶跃模型对边缘进行亚像素级定位,模型过于理想化,难以准确描述实际图像中的边缘。故重建接近实际的边缘模型也成为一种有效方法。Renshaw 等定义了两种新的边缘模型来描述实际图像中的边缘,分别是斜边形和楔形,分别如图 10(a) 和 10(b) 所示。基于该模型,利用 Zernike 矩计算亚像素边缘参数,应用场景包括遥感卫星地图,斑马线和眼球血管等。结果表

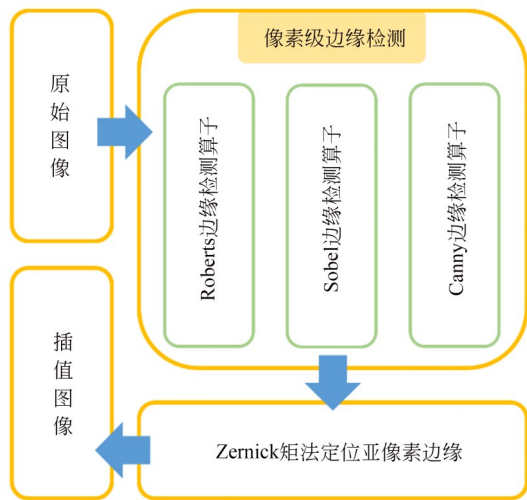


图 9 改进的 Zernike 矩法流程

Fig. 9 Flow chart of improved Zernike moment method

明,这些算法都展现出更为优秀的定位性能^[50]。

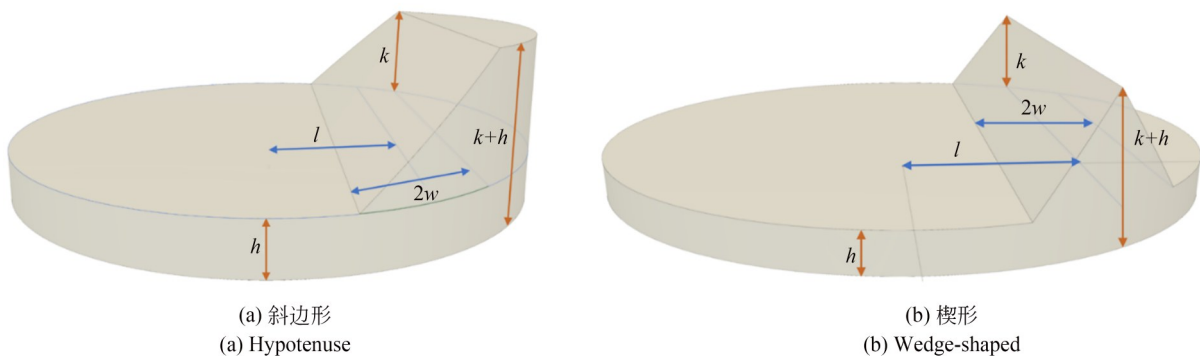


图 10 边缘模型^[50]

Fig. 10 Edge models^[50]

5 对比及分析

表 1 对比了部分亚像素边缘检测算法的检测结果。插值法、拟合法和矩方法均能提高边缘检测精度。拟合法在定位精度方面表现出色,但检测速度较慢,其检测精度和检测速度取决于拟合模型。对 588×328 尺寸的图像测试,反正切模型拟合法的绝对误差为 0.015 2 像素,高斯模型拟合法为 0.016 2 像素,均优于空间矩法的 0.022 3 像素;在运行时间方面,反正切模型拟合法为 0.009 6 s,高斯模型拟合法为 0.392 s,而空

间矩法仅需 0.002 4 s^[40]。不同语言平台因实现效率的差异会影响运行时间。Canny 算子结合插值算法能够显著提高工件图像定位精度,Canny 算子提供优良的边缘点数据,插值法进一步细化边缘点,提高检测效率。梯度算子结合 Zernike 矩法能够兼顾定位精度和运行速度,梯度算子提取边缘点,Zernike 矩法仅对边缘点进行亚像素定位而非全部像素,大幅提高效率。对大小的图像测试,Sobel 算子结合 Zernike 矩法能将运行时间从 4.32 s 减少到 0.91 s^[48]。这些算法在不同应用场景下展现了良好的性能。

表 1 亚像素边缘检测算法的检测结果

Tab. 1 Test results of sub-pixel edge detection algorithms

算 法	误差或精度/pixel	
Canny 算子结合 Hermite 插值法 ^[30]	±0.5 中心点误差	−0.442 9 半径误差
双线性插值法	±0.65 中心点误差	−0.588 3 半径误差
反正切函数拟合法 ^[39]	0.015 2(平均绝对误差)	
高斯拟合法 ^[36]	0.016 2(平均绝对误差)	
空间矩法 ^[44]	0.022 3(平均绝对误差)	
LOG 算子 ^[9]	像素级	
傅里叶-梅林矩法 ^[46]	0.16(边缘定位精度)	
Zernike 矩法 ^[45]	0.22(边缘定位精度)	
Canny 算子结合 Zernike 矩法 ^[49]	0.1~0.3(边缘定位精度)	
基于斜边型和楔形边缘模型的 Zernike 矩法 ^[50]	0.1(边缘定位精度)	
Canny 算子 ^[10]	像素级	

6 总结与展望

本文探讨了像素级边缘检测方法的局限性及亚像素边缘检测的优势,总结了亚像素边缘检测领域的前沿研究。亚像素边缘检测技术能够突破限制,在像素内部定位边缘,提高检测精度。拟合法适用于对精度要求高但实时性要求低的任务,矩方法在精度和速度之间实现了较好的平衡。然而,边缘检测精度受限于硬件性能和传感器分辨率,检测速度也受到语言平台实现效率的影响。因此,需要综合考虑硬件性能、软件实现效率及算法复杂度,提高边缘检测的整体性能。在实际应用中,噪声形式因场景而异,常规噪声模型难以精确描述;不同图像的边缘模型因成像条件和目标特性存在差异,单一的边缘模型难以适配所有场景。为进一步提升亚像素边缘检测的实用性和稳定性,可从以下几个方面展开研究:

(1)深入分析不同场景的噪声来源和特性,建立噪声模型,设计对应滤波技术,有效抑制实

际应用中的复杂噪声;

(2)根据图像类型设计更具针对性的边缘模型,准确描述图像特性,提高亚像素边缘检测精度;

(3)利用FPGA(现场可编程门阵列)、GPU(图形处理单元)等硬件加速技术,结合高动态范围传感器或事件相机等新型图像传感器的特性,优化算法的计算效率,满足高分辨率图像处理和实时应用的需求;

(4)引入深度学习,直接从图像数据中自动学习并提取适应特定场景的特征,提升边缘检测的通用性和适应性。在亚像素边缘检测中,深度学习模型能够有效处理复杂多样的场景需求,同时优化检测精度和效率。随着深度学习技术和硬件性能的持续发展,基于深度学习的亚像素边缘检测方法会成为研究热点。

随着亚像素边缘检测技术的不断发展与推进,该技术将在更多应用领域提供更精确、可靠的技术支持,从而进一步推动工业技术的整体发展。

参考文献:

[1] JAVEED M A, GHAFAR M A, ASHRAF M A, *et al.* Lane line detection and object scene segmentation using otsu thresholding and the fast Hough transform for intelligent vehicles in complex road conditions [J]. *Electronics*, 2023, 12 (5) : 1079.

[2] LIU Y X, DONG Z P, FENG Y K, *et al.* Edge detection method for high-resolution remote sensing imagery by combining superpixels with dual-threshold edge tracking[J]. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, 2023, 89(8): 469-476.

- [3] Dhruv B, Mittal N, Modi M. Comparative analysis of edge detection techniques for medical images of different body parts[C]. *Data Science and Analytics: 4th International Conference on Recent Developments in Science, Engineering and Technology, REDSET 2017, Gurgaon, India, October 13-14, 2017, Revised Selected Papers 4*. Springer Singapore, 2018.
- [4] 李彦, 赵其峰, 闫河, 等. Canny算子在PCBA目标边缘提取中的优化应用[J]. *光学精密工程*, 2020, 28(9): 2096-2102.
LI Y, ZHAO Q F, YAN H, *et al*. Optimized application of canny operator in PCBA target edge extraction[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2020, 28(9): 2096-2102. (in Chinese)
- [5] 高睿喆, 田爱玲, 陈锋, 等. 复合式二次边缘检测的红宝石球直径高精度测量[J]. *光学精密工程*, 2023, 31(12): 1741-1751.
GAO R ZH, TIAN A L, CHEN F, *et al*. High precision measurement of ruby ball diameter by compound secondary edge detection[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2023, 31(12): 1741-1751. (in Chinese)
- [6] 方一鸣, 石照耀. 小模数直齿轮免参数并行快速测量[J]. *光学精密工程*, 2024, 32(6): 792-805.
FANG Y M, SHI Z Y. Parameter-free parallel fast measurement of fine-pitch spur gears[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2024, 32(6): 792-805. (in Chinese)
- [7] LAWRENCE R G. *Machine Perception of Three-dimensional Solids*[D]. Massachusetts Institute of Technology, 1963
- [8] PREWITT. Object enhancement and extraction[J]. *Picture Process Psychopict*, 1970, 10(1): 15-19.
- [9] KIRSCH R A. Computer determination of the constituent structure of biological images[J]. *Computers and Biomedical Research*, 1971, 4(3): 315-328.
- [10] MARR D, HILDRETH E. Theory of edge detection[J]. *Proceedings of the Royal Society of London Series B, Biological Sciences*, 1980, 207(1167): 187-217.
- [11] CANNY J. A computational approach to edge detection[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1986, PAMI-8(6): 679-698.
- [12] SMITH S M, BRADY J M. SUSAN-a new approach to low level image processing[J]. *International Journal of Computer Vision*, 1997, 23(1): 45-78.
- [13] MARTIN D R, FOWLKES C C, MALIK J. Learning to detect natural image boundaries using local brightness, color, and texture cues[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2004, 26(5): 530-549.
- [14] MAIRE M, ARBELAEZ P, FOWLKES C, *et al*. Using contours to detect and localize junctions in natural images[C]. *2008 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. June 23-28, 2008. Anchorage, AK, USA. IEEE, 2008.
- [15] ARBELÁEZ P, MAIRE M, FOWLKES C, *et al*. Contour detection and hierarchical image segmentation [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2011, 33(5): 898-916.
- [16] REN X, BO L. Discriminatively trained sparse code gradients for contour detection[J]. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 2012, 1:584-592.
- [17] ISOLA P, ZORAN D, KRISHNAN D, *et al*. *Crisp Boundary Detection Using Pointwise Mutual Information*[M]. Lecture Notes in Computer Science. Cham: Springer International Publishing, 2014: 799-814.
- [18] LIM J J, ZITNICK C L, DOLLAR P. Sketch tokens: a learned mid-level representation for contour and object detection[C]. *2013 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. June 23-28, 2013. Portland, OR, USA. IEEE, 2013: 3158-3165.
- [19] DOLLAR P, ZITNICK C L. Structured forests for fast edge detection[C]. *2013 IEEE International Conference on Computer Vision*. December 1-8, 2013. Sydney, Australia. IEEE, 2013.
- [20] HALLMAN S, FOWLKES C C. Oriented edge forests for boundary detection [C]. *2015 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*. June 7-12, 2015. Boston, MA, USA. IEEE, 2015.
- [21] YANG T L, ZHAO Q C, WANG X, *et al*. Sub-pixel chessboard corner localization for camera calibration and pose estimation[J]. *Applied Sciences*, 2018, 8(11): 2118.
- [22] 姜群, 吕钧瀚, 文立华, 等. 基于亚像素边缘检测的高精度相机标定方法[J]. *光学学报*, 2022, 42

- (20): 90-98.
- LOU Q, LÜ J H, WEN L H, *et al.* High-precision camera calibration method based on sub-pixel edge detection[J]. *Acta Optica Sinica*, 2022, 42(20): 90-98. (in Chinese)
- [23] HE Q, JI Z W, YU P, *et al.* A unified and accurate subpixel detector of control points for camera calibration[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2023, 72: 1-12.
- [24] JENSEN K, ANASTASSIOU D. Subpixel edge localization and the interpolation of still images[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1995, 4(3): 285-295.
- [25] HERMOSILLA T, BERMEJO E, BALAGUER A, *et al.* Non-linear fourth-order image interpolation for subpixel edge detection and localization[J]. *Image and Vision Computing*, 2008, 26(9): 1240-1248.
- [26] KHAN S, LEE D H, KHAN M A, *et al.* Efficient edge-based image interpolation method using neighboring slope information[J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 133539-133548.
- [27] KUBOTA T, HUNTSBERGER T, MARTIN J T. *Edge Based Probabilistic Relaxation for Sub-pixel Contour Extraction* [M]. Lecture Notes in Computer Science. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2001: 328-343.
- [28] YAO Y Q, JU H. A sub-pixel edge detection method based on canny operator[C]. 2009 *Sixth International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery*. August 14-16, 2009. Tianjin, China. IEEE, 2009: 97-100.
- [29] FENG Y Y, YANG T, NIU Y F. Subpixel computer vision detection based on wavelet transform[J]. *IEEE Access*, 2020, 8: 88273-88281.
- [30] XIE S H, LIAO Q, QIN S R. Sub-pixel edge detection for precision measurement based on canny criteria[J]. *Key Engineering Materials*, 2005, 295/296: 711-716.
- [31] SHEN H, ZHAO J Y. Sub-pixel edge detection in the application of the deformation measurement technique[C]. 2015 *12th International Computer Conference on Wavelet Active Media Technology and Information Processing (ICCWAMTIP)*. December 18-20, 2015. Chengdu, China. IEEE, 2015.
- [32] PENG S H, SU W Q, HU X, *et al.* Subpixel edge detection based on edge gradient directional interpolation and zernike moment[J]. *DEStech Transactions on Computer Science and Engineering*, 2018: 106-116.
- [33] XIAO Y, LUO Y, XIN Y P, *et al.* Part coaxiality detection based on polynomial interpolation sub-pixel edge detection algorithm[C]. 2020 *3rd World Conference on Mechanical Engineering and Intelligent Manufacturing (WCMEIM)*. December 4-6, 2020. Shanghai, China. IEEE, 2020.
- [34] LIU W H, YANG X Q, WANG Y M, *et al.* Sub-pixel segmentation for ceramic defects[C]. *IECON 2021-47th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*. October 13-16, 2021. Toronto, ON, Canada. IEEE, 2021: 1-5.
- [35] NALWA V S, BINFORD T O. On detecting edges[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1986, 8(6): 699-714.
- [36] YE J, FU G K, POUDEL U P. High-accuracy edge detection with blurred edge model[J]. *Image and Vision Computing*, 2005, 23(5): 453-467.
- [37] HAGARA M, KULLA P. Edge Detection with sub-pixel accuracy based on approximation of edge with Erf function[J]. *Radioengineering*, 2011, 20(2): 516-524.
- [38] FABIJAN'SKA A. A survey of subpixel edge detection methods for images of heat-emitting metal specimens[J]. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 2012, 22(3): 695-710.
- [39] SUN Q C, HOU Y Q, TAN Q. A subpixel edge detection method based on an arctangent edge model[J]. *Optik-International Journal for Light and Electron Optics*, 2016, 127(14): 5702-5710.
- [40] DUAN Z Y, WANG N, FU J S, *et al.* High precision edge detection algorithm for mechanical parts[J]. *Measurement Science Review*, 2018, 18(2): 65-71.
- [41] ZHANG X, GUO Z X, LIU X W, *et al.* Research on subpixel algorithm of fixed-point tool path measurement[J]. *Computational Intelligence and Neuroscience*, 2021, 2021: 7270908.
- [42] FRÉDÉRIC B, BERTRAND M, RAMDANI S, *et al.* Sub-pixel edge fitting using B-spline[C]. *International Conference on Computer Vision/computer Graphics Collaboration Techniques*. Springer-Verlag, 2007.

- [43] TABATABAII A J, MITCHELL O R. Edge location to subpixel values in digital imagery[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1984, 6(2): 188-201.
- [44] LYVERS E P, MITCHELL O R, AKEY M L, *et al.* Subpixel measurements using a moment-based edge operator [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1989, 11(12): 1293-1309.
- [45] GHOSAL S, MEHROTRA R. Orthogonal moment operators for subpixel edge detection[J]. *Pattern Recognition*, 1993, 26(2): 295-306.
- [46] BIN T J, AO L, CUI J W, *et al.* Subpixel edge location based on orthogonal Fourier-Mellin moments[J]. *Image and Vision Computing*, 2008, 26(4): 563-569.
- [47] QU Y D, CUI C S, CHEN S B, *et al.* A fast subpixel edge detection method using Sobel-Zernike moments operator[J]. *Image and Vision Computing*, 2005, 23(1): 11-17.
- [48] 罗敏, 王琰. 一种利用 Roberts-Zernike 矩的亚像素边缘检测方法[J]. *计算机工程与应用*, 2011, 47(5): 169-171.
- LUO M, WANG Y. Subpixel edge measurement method based on Roberts-Zernike moments operator[J]. *Computer Engineering and Applications*, 2011, 47(5): 169-171. (in Chinese)
- [49] WANG Z C, WANG Z, HUANG N H, *et al.* An improved Canny-Zernike subpixel detection algorithm[J]. *Wireless Communications and Mobile Computing*, 2022, 2022: 1488406.
- [50] RENSHAW D T, CHRISTIAN J A. Subpixel localization of isolated edges and streaks in digital images[J]. *Journal of Imaging*, 2020, 6(5): 33.

作者简介:



曾猛杰(1998—),男,福建泉州人,硕士研究生,2021年于华侨大学获得学士学位,主要研究方向为图像处理与机器视觉检测。E-mail:821262179@qq.com

通讯作者:



任洪亮(1980—),男,浙江绍兴人,博士,硕士生导师,2008年于中国科学技术大学获得博士学位,主要研究方向为光学检测和光镊技术。E-mail: renhongliang@ustc.edu